N° d'ordre
4336

THESE

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ PAUL-SABATIER
DE TOULOUSE

pour obtenir

le GRADE de DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

par

Jean DONIO

Ancien élève de l'École Polytechnique

CONTRIBUTION A L'ANALYSE STATISTIQUE ET INFORMATIQUE DES MODELES STOCHASTIQUES : APPLICATION A L'APPRENTISSAGE

Soutenue le 2 avril 1971 devant la Commission d'examen

M. M. LAUDET	Président
Melle R. LAPEYRE	Examinateurs
M. M. SCHUTZENBERGER	Examinateurs
M. J. CEA	Examinateurs

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543907_0009

N° d'ordre

THESE

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ PAUL-SABATIER
DE TOULOUSE

pour obtenir

le GRADE de DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

par

Jean DONIO

Ancien élève de l'École Polytechnique

CONTRIBUTION A L'ANALYSE STATISTIQUE ET INFORMATIQUE DES MODELES STOCHASTIQUES : APPLICATION A L'APPRENTISSAGE

Soutenue le 2 avril 1971 devant la Commission d'examen

M. M. LAUDET	Président
Melle R. LAPEYRE	Examinateurs
M. M. SCHUTZENBERGER	
M. J. CEA	

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

R E M E R C I E M E N T S

Je tiens avant tout à exprimer ma reconnaissance pour Monsieur le Professeur LAUDET qui, par son soutien constant et par ses encouragements de tous instants, m'a guidé dans l'écriture de ce mémoire.

Etant à la fois Directeur de la Promotion Supérieure du Travail à Toulouse et Directeur du Centre d'Informatique de Toulouse, Monsieur le Professeur LAUDET s'est depuis de nombreuses années intéressé aux problèmes de l'apprentissage et à ceux de l'Informatique : Je salue ici en lui un des vrais précurseurs du domaine que ce mémoire essaie de présenter, une des personnes qui m'ont le plus aidé dans mon travail, et par dessus tout, quelqu'un dont je respecte l'amitié tout autant que l'autorité.

Je désire ensuite exprimer ma gratitude à Mademoiselle LAPEYRE, Professeur à l'Université Paul Sabatier et Messieurs les professeurs SCHUTZENBERGER et CEA qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'être membres de mon jury de thèse.

Je tiens également à remercier tous les chercheurs du Département "Informatique Appliquée" de l'IRIA qui, en faisant du projet Jean BERNARD une réalité, ont montré que les conceptions de systèmes spécialisés qui sont développées au chapitre II peuvent déboucher sur des réalisations pratiques.

A Madame BROSSELARD je dois toute ma gratitude pour avoir, presque toute seule, achevé la frappe de ce mémoire au prix d'un labeur énorme qu'elle a toujours accompli avec le sourire. Mademoiselle GIGOUT a également participé à cet effort difficile, et elle aussi, elle l'a fait avec le sourire.

Enfin, je tiens à remercier ma femme qui s'est trouvée constamment à mes côtés au cours du travail de réflexion, d'écriture, de programmation et de vérification qu'a exigé la rédaction de ce mémoire.

-=-=-=-=-=-=-=-=-

T A B L E D E S M A T I E R E S

==========

========

====

==

Pages

AVANT PROPOS 1

INTRODUCTION 2

CHAPITRE I. - La modélisation stochastique - 12

I.1 - Formalisation des hypothèses ; axiomes de départ ; définition des variables observables, des variables non observables, et des paramètres du modèle stochastique. 14

A- Formalisation des hypothèses, axiomes de départ. 14

B- Définitions des variables observables, des variables non observables et des paramètres du modèle stochastique. 28

I.2 - Calculs et dérivations mathématiques. 43

A- Equations fondamentales du modèle à temps continu, à N éléments, simplement contingent, et à renforcements donnés selon un processus de Poisson. 45

B- Chaînes conditionnelles du premier ordre et du deuxième ordre sur les processus de réponse et de renforcement. 59

C- Durée de vie moyenne jusqu'au prochain changement de réponse. 69

D- Nombre de changements dans la position de la réponse entre deux renforcements consécutifs. 75

I.3 - Expérimentation 87

I.4 - Estimation 88

A- Méthodes du maximum de vraisemblance 89

B- La méthode des moments. 95

C- Méthode des moindres carrés. 98

D- Méthode du χ^2 minimum. 99

E- Méthode du pseudomaximum de vraisemblance 104

I.5 - Tests d'hypothèses ; adéquation a la réalité ; validité du modèle. 110

CHAPITRE II. - Conception de systèmes informatiques specialisés à l'enseignement assisté par ordinateur. 113

II.1 - Les taches relatives a la communication élève/machine. 114

A- Enregistrement des réponses des élèves. 114

B- Les analyses de réponse. 124

C- Les stratégies pédagogiques. 128

D- Gestion des items envoyés à l'élève. 134

E- Conclusion. 140

II.2 - La communication professeur/machine. 140

A- La création de cours. 141

B- La remise à jour des cours. 143

C- Les consignes pédagogiques 145

II.3 - C.M.I. (Computer Managed Instruction) et traitement hors temps réel. 147

A- La gestion financière. 147

B- La gestion des élèves. 147

C- Etats destinés aux professeurs. 148

D- Etats destinés aux psychologues et aux linguistes. 148

E- Les opérations de gestion du système (dites opérations de "Housekeeping"). 149

II.4 - Les analyses de données. 149

A- Les compteurs statistiques. 150

B- Les modélisations. 152

C- A.S.M.A.T. 153

II.5 - La conception générale de systèmes spécialisés à l'enseignement assisté par ordinateur. 155

A- Le projet Jean BERNARD. 155

B- Le projet DIRIA. 158

CHAPITRE III. - Analyses séquentielles pour modèles d'apprentissage temporels. (A.S.M.A.T.) 160

III.1 - ASMAT-Codification. 161

A- But. 161

B- Mode opératoire. 162

C- Algorithme de codification. 162

D- Résultat de la codification. 174

III.2 - ASMAT-Compression. 179

III.3 - ASMAT-Analyses. 180

A- Prétraitement 1 : Sélection. 180

B- Prétraitement 2 : Transformations. 183

C- Traitement 1 : calcul sur fichiers de données univariées. 187

Pages

D- Traitement 2 : Calcul séquentiel sur chaînes de probabilité diverses. 195

III.4 - ASMAT-Générateur. 196

III.5 - ASMAT-Comparateur. 196

A- Matrice de contingence : TABCO. 197

B- χ^2 de corrélation. 197

CONCLUSION 199

BIBLIOGRAPHIE 200 à 215

ANNEXE I.1 - Programme de génération de signaux graphique et d'enregistrement en temps réel de données d'apprentissage. 1 à 7

ANNEXE I.2 - Programme de transmission de données d'apprentissage. 1 à 2

ANNEXE I.3 - Programme de génération des fonctions moyennes $x_1(t)$ et $n_1(t)$ des modèles d'apprentissage à stimuli et à temps continu. 1 à 5

ANNEXE I.4 - Programme de génération de la probabilité conditionnelle d'une réponse A_1 étant donné un renforcement antérieur. 1 à 2

ANNEXE I.5 - Distribution d'entre-arrivée du processus de changement de réponse. Modèle d'apprentissage à stimuli et à temps continu. 1 à 2

ANNEXE II.1- Organigramme du programme CODIFICATION. 1 à 10

ANNEXE II.2- Programme CODIFICATION. 1 à 6

ANNEXE II.3- Sorties intermédiaires du programme codification. 1 à 6

ANNEXE II.4- Codage des concepts, des commentaires et des items. 1 à 9

ANNEXE II.5- Organigramme du programme compression. 1 à 11

ANNEXE II.6- Programme Compression. 1 à 5

ANNEXE II.7 - Programme général

ANNEXE II.8 - SEL1

ANNEXE II.9 - SEL2

ANNEXE II.10 - SEL3

ANNEXE II.11 - REG1

ANNEXE II.12 - REG2

ANNEXE II.13 - REG3

ANNEXE II.14 - TRIP

ANNEXE II.15 - TRATE

ANNEXE II.16 - HIST

ANNEXE II.17 - DENS

ANNEXE II.18 - DIST

ANNEXE II.19 - EXTR

ANNEXE II.20 - SPERC

ANNEXE II.21 - MOMENTS

ANNEXE II.22 - TABCO

ANNEXE II.23 - CHI-2

ANNEXE II.24 - Programme de simulation de données d'entrée.

A V A N T - P R O P O S

Le mémoire que voici essaie de concilier les points de vue de deux sciences relativement neuves, la statistique et l'informatique, sur un problème qui lui, est très ancien : l'apprentissage.

Après une introduction qui pose le problème, le premier chapitre développe le point de vue statistique sous l'angle des modèles stochastiques. Parmi les éléments de réflexions nouveaux apportés ici, citons une formalisation complète de la définition et du traitement des modèles, illustrée par des résultats originaux obtenus par l'auteur dans le domaine des modèles d'apprentissage à temps continu. Les théorèmes 1 à 7 exposent ces résultats.

Dans le deuxième chapitre qui développe le point de vue informatique, il faut surtout retenir la conception de systèmes spécialisés à l'enseignement, les calculs de charge de travail, et les analyses relatives aux tâches d'enseignement pour machines de faible et moyenne puissance.

Dans le chapitre III, qui essaie de concilier les deux points de vue, c'est surtout la construction et le fonctionnement du package ASMAT (Analyses Séquentielles pour Modèles d'Apprentissage Temporels) qu'il faut retenir. Pour la première fois, on développe un ensemble de programmes qui forment un tout cohérent pour l'analyse des résultats en enseignement assisté par ordinateur. Ces programmes sont opératoires sur le CII 90 80 ; leur utilisation sur d'autres machines ne pose plus que des problèmes relativement simples d'adaptation.

Une conclusion fera le point sur les résultats obtenus et sur les extensions prévisibles à courte et moyenne échéance.

INTRODUCTION

Dans l'étude de tous les phénomènes dynamiques que l'on représente par des modèles stochastiques, la notion de processus aléatoire est excessivement importante. Que l'on étudie une population, un apprentissage, la diffusion de l'information, l'évolution d'une maladie, ou tout autre phénomène, on trouve toujours au centre de nos préoccupations un ou plusieurs processus dynamiques. C'est pourquoi la construction de modèles stochastiques passe si souvent par l'étude des processus et c'est par une présentation rapide de ce problème que nous commencerons un peu plus loin l'exposé.

Au chapitre I, nous verrons ensuite que la notion de modèle s'est peu à peu affirmée dans la littérature, surtout au sortir de la deuxième guerre mondiale.
Toutefois, aussi curieux que cela paraisse, il n'existe pas d'ouvrage qui décrive systématiquement et complètement le chemin à suivre pour l'étude aussi rigoureuse que possible du déroulement d'un modèle : Ce sera un des aspects originaux de ce chapitre I d'exposer en détail les étapes successives d'une modélisation, d'en montrer les imbrications, et les conséquences sur l'aspect informatique.

Au chapitre II, c'est l'informatique qui prend le pas avec un exposé des problèmes de système que soulève l'étude de machines de petite et moyenne puissance lorsqu'on veut les spécialiser à l'apprentissage.

Au chapitre III, on essaie enfin de concilier ces deux points de vue.

Mais, avant de revenir en fin d'introduction sur un exposé plus détaillé du contenu de ce mémoire, présentons la notion de processus stochastique en mettant l'accent sur les éléments de ces processus qui nous sont utiles dans l'étude des modèles d'apprentissage.

LA NOTION DE PROCESSUS

Lorsqu'on essaye d'analyser la notion de processus, on trouve immédiatement un certain nombre d'adjectifs qui s'y appliquent : Le processus peut être univarié ou multivarié, discret ou continu, qualitatif ou quantitatif, observable ou non ; enfin il peut être mixte, c'est-à-dire constitué par un mélange de processus de natures différentes, ou par une succession dans le temps de processus de natures différentes qui se remplacent successivement.
Cette grande richesse de types, qui est dûe à une origine très variée des problèmes ou des phénomènes représentés, entraîne une complexité analogue dans les analyses qu'il faut mettre en place.

C'est dire qu'il existe différents angles d'attaque possibles et qu'il est souvent nécessaire de combiner des vues différentes du même problème pour arriver à en cerner l'aspect global. La statistique, l'informatique, la linguistique, la psychologie, la physique, les mathématiques, doivent souvent être utilisées côte à côte pour permettre à l'analyste d'interpréter au mieux le phénomène qu'il étudie.

Dans le présent mémoire, nous nous intéresserons essentiellement aux analyses qui combinent l'informatique et la statistique, et aux modèles qui font intervenir divers processus. Par moments, quelques notions de linguistique et de psychologie seront utiles : Des rappels viendront alors renforcer la présentation

Pour nous, suivant la définition donnée dans [16], un processus stochastique $\{ X(t) ; t \in T \}$ est une famille de variables aléatoires $X(t)$ indexées par le paramètre t qui prend ses valeurs dans l'espace de paramétrisation T.
Si $T = 0, 1, 2, 3, \ldots$, on a affaire à une suite infinie de variables aléatoires ; le processus est dit à paramètre discret. Si $T = [\ 0 + \infty\ )$ on a affaire à un processus à paramètre continu.

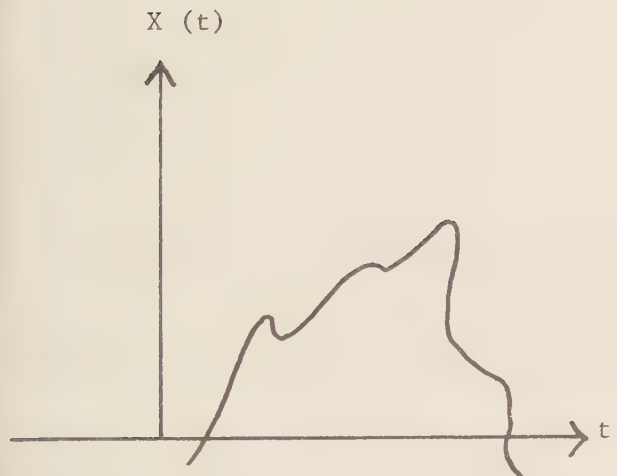
D'autre part, l'ensemble des valeurs que peuvent prendre les variables $X(t)$ constitue le domaine de variation du processus.

Enfin, si un processus est multivarié, on peut le décomposer en autant de processus univariés qu'il y a de variables élémentaires.

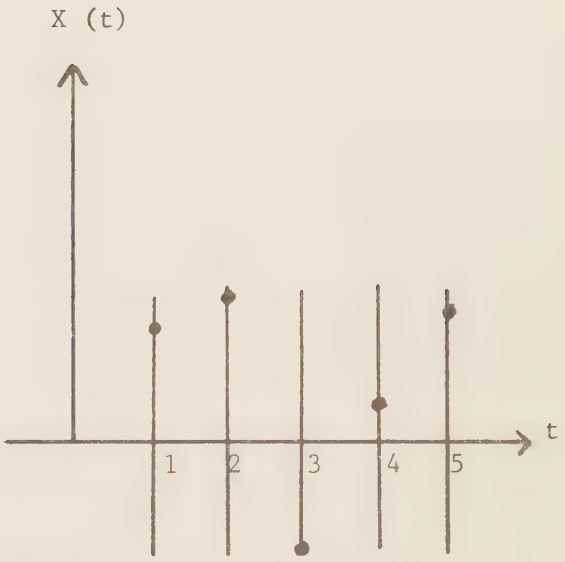
FIGURE 1

EXEMPLES DE PROCESSUS

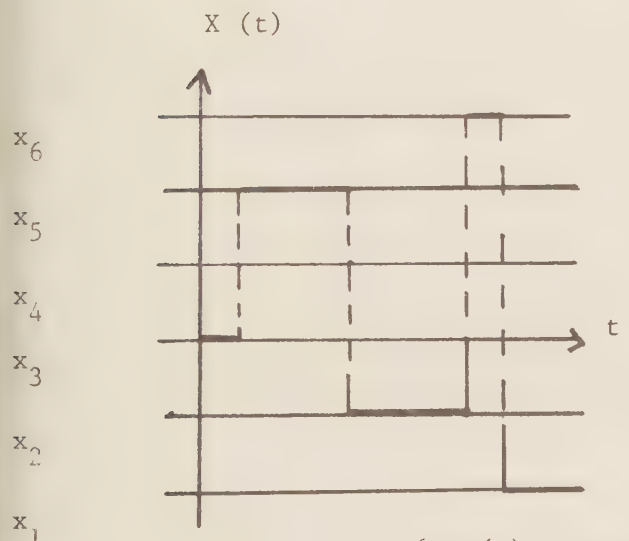
-=-



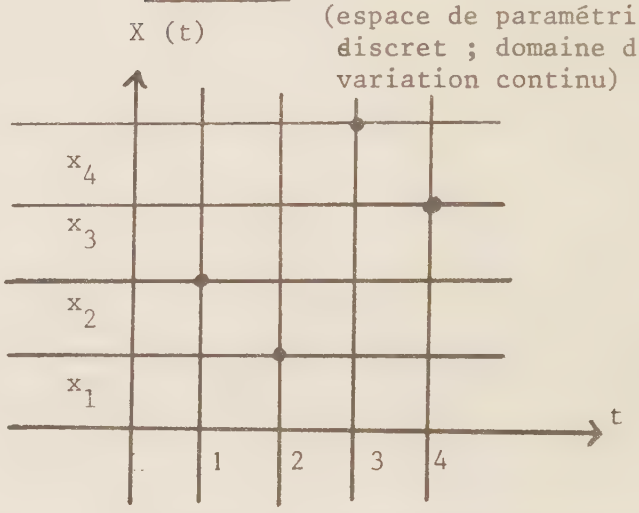
Exemple 1: processus continu-continu (espace de paramétrisation continu, domaine de variation continu).



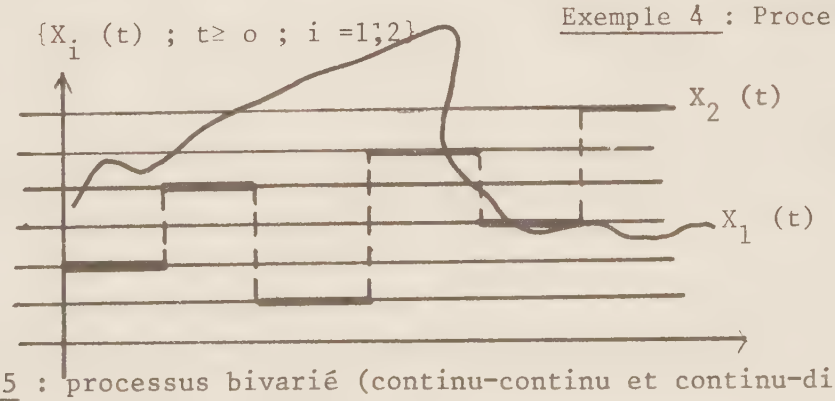
Exemple 2 :processus discret (espace de paramétrisation discret ; domaine de variation continu)



Exemple 3 : processus continu-discret



Exemple 4 : Processus discret-discre



Exemple 5 : processus bivarié (continu-continu et continu-discret)

Remarques :
- L'abscisse t correspond au paramètre du processus
- L'ordonnée correspond au domaine de variation du processus
- Le paramètre et le domaine de variation peuvent être discrets ou continus, ce qui correspond aux exemples 1, 2, 3, 4.
- Un processus multivarié correspond à la superposition sur le même système d'axes de plusieurs processus élémentaires.

Un tel processus peut être noté :

$\{ X_i (t) ; t \in T ; \quad i = 1, 2, \ldots, I \}$, dans lequel I est le nombre de variables élémentaires du processus multivarié.

La figure 1 donne des exemples de processus que l'on peut formaliser dans le cadre que nous venons de définir.

QUELLES SONT EN GENERAL LES CARACTERISTIQUES DES PROCESSUS QUE L'ON ETUDIE DANS UN MODELE ?

En général, l'analyse de ces processus se concentre sur quelques caractéristiques particulières qui s'y rattachent. C'est là que l'intérêt éventuel d'un modèle se confirme ou s'infirme : Donnons des exemples.

Pour un processus univarié continu-continu, (espace de paramétrisation continu, domaine de variation continu), les caractéristiques importantes sont en général les maxima, les minima, les pentes en certains points (par exemple ceux pour lequel $X(t) = 0$), le positionnement de points particuliers de la courbe en abscisse et en ordonnée, tels le maximum absolu et le minimum absolu) ; parfois enfin, le comportement asymptotique du processus et certains renseignements dérivés des précédents peuvent être intéressants à obtenir (durée du cycle, s'il s'agit d'un processus cyclique, etc...).

Dans le cas d'un processus univarié discret-continu, les renseignements intéressants correspondent en général à la distribution marginale sur l'ordonnée des valeurs du processus ; il s'y rajoute les renseignements relatifs aux probabilités de transition entre les valeurs consécutives du processus. Parfois, pour étudier plus commodément un processus continu-continu, on le discrétise en abscisse, ce qui donne naissance à un processus discret-continu. Cette discrétisation peut être obtenue à l'aide d'un calculateur par échantillonnage à

intervalle de temps constant d'un phénomène sur lequel des renseignements arrivent de manière continue dans le temps. Ceci montre bien que les caractéristiques qui nous intéresseront dans le cas des processus discret-continu sont en général l'analogue discret des processus continu-continu.

Pour ce qui est des processus continu-discret, on s'intéresse en général à la distribution du temps pendant lequel on reste dans chacun des états du processus (un état étant défini comme une des valeurs discrète que prend le domaine de $X(t)$), aux probabilités de transition d'un état à l'autre, et éventuellement à la répartition asymptotique de ces différents états.

En ce qui concerne les processus discret-discret, on s'intéresse essentiellement aux distributions marginales sur les états de $X(t)$, aux probabilités de transition d'un état à l'autre, à la durée moyenne du séjour à l'intérieur d'un état, et éventuellement à la distribution asymptotique sur les états.

Enfin, en ce qui concerne les processus multivariés, un intérêt supplémentaire intervient : celui des interactions entre les processus élémentaires constituant le phénomène étudié. C'est là que l'étude des corrélations, des auto-corrélations, des régressions, des matrices de covariance, etc... prend tout son sens.

Voyons comment ces notions se transforment et s'appliquent dans des cas réels. Passons en revue quelques études importantes de la littérature et précisons pour chacune d'elles les processus et variables aléatoires qui en constituent l'ossature. Nous donnerons ainsi un contenu à ce qui est pour l'instant un cadre théorique.

Ainsi, dans [2] et [3] , ATKINSON s'occupe essentiellement des probabilités de réponse. En fait c'est le vecteur de ces probabilités, qui devient lui même un processus aléatoire, dont on étudie le comportement asymptotique.

Dans [6] , BOWER étudie lui aussi le vecteur des probabilités de réponse. Cette fois-ci, on assimile l'évolution de ce vecteur à une marche aléatoire de type Markovien sur un système à trois états. Comme il s'agit des états d'une chaîne de Markov, le phénomène n'est plus observable : Les problèmes statistiques les plus importants concernent alors l'estimation des probabilités de transition des réponses qui deviennent les paramètres du modèle.

Dans [8] , on décrit une expérience d'apprentissage de la langue russe, dans laquelle intervient une représentation orthographique des sons du langage. Là, les variables aléatoires intéressantes concernent essentiellement le nombre de réponses correctes dans un ensemble d'exercices, et le temps de rétension des éléments "appris". Ces deux quantités sont des variables aléatoires observables sur lesquelles des analyses de la variance ont pu être faites.

Dans [38] , GROEN se pose le problème de trouver les algorithmes qu'un enfant utilise dans son esprit pour résoudre un ensemble de problèmes très simples sur l'addition. Cinq modèles représentant cinq algorithmes de calcul, qui sont conceptuellement possibles et différents les uns des autres, ont été décrits ; en s'appuyant sur le fait que ces modèles font intervenir des temps de réponse variables selon l'algorithme utilisé, le processus observé qui sert de base à l'analyse correspond au temps de latence de la réponse. Sur ces variables aléatoires observables, une analyse de la validité des modèles proposés est effectuée élève par élève et groupe d'élèves par groupe d'élèves.

Dans [41] , KELLER rapporte une expérience d'apprentissage par association de mots avec des récompenses différentielles. Dans ce genre d'expérience, on cherche à mettre en évidence l'influence du mode de renforcement sur la qualité de la réponse. Il est alors naturel de baser l'analyse sur des variables aléatoires telles que "Nombre de réponses correctes sur un ensemble d'exercices proposés", "Nombre d'exercices correctement faits entre deux erreurs consécutives" et "Longueur moyenne d'une chaîne d'erreurs dans les exercices proposés".

Dans [57] , RODGERS s'occupe de l'apprentissage du vocabulaire par couplage de mots, en anglais et en russe d'une part, et en anglais et en japonais d'autre part. Dans ce type d'expérience, les erreurs peuvent provenir soit d'une confusion sur le premier langage, soit d'une confusion sur le deuxième langage. Il faut donc distinguer dans un ensemble d'exercices les trois variables aléatoires suivantes : "Nombre de réponses correctes dans un ensemble d'exercices proposés" (c'est là une variable que l'on retrouve souvent) "Nombre d'erreurs faites sur le premier langage" ; "Nombre d'erreurs faites sur le deuxième langage".

Dans [64] , SUPPES se pose le problème de l'optimisation de l'apprentissage sur un ensemble de présentation de concepts simples. La variable aléatoire intéressante dans ce cas est le nombre total d'essais qu'il faut faire avant que l'apprentissage n'ait atteint le niveau souhaité ; un paramètre, représentant la probabilité non nulle qu'a l'élève de trouver par hasard la bonne réponse plutôt que de la trouver par apprentissage, s'introduit tout naturellement dans ce type de modèle.

Dans [65] , on pose les problèmes relatifs à la mesure de l'apprentissage ; on retrouve alors à nouveau le problème particulier du hasard heureux qui fait que la réponse donnée est correcte. C'est là un point important qui provoque l'examen de la variable aléatoire : "Erreur commise à la nième expérience" ; c'est une théorie de ces erreurs qui prend alors une place centrale dans l'étude en cours.

Dans [68] , SUPPES décrit une expérience d'apprentissage des propositions logiques chez les enfants. Il essaie de mettre en évidence les facteurs qui interviennent dans la compréhension de ces propositions. Ces facteurs constituent des variables sur lesquelles peut agir l'expérimentateur, et les paramètres du modèle deviennent alors les poids relatifs de ces différents facteurs dans les résultats que l'on évalue par une analyse de variance.

Dans [69], SUPPES et HYMAN étudient les modèles d'apprentissage faisant intervenir des stimuli géométriques. Les qualités du sujet qui vont intervenir le plus concernent la perception des formes géométriques présentées et la discrimination de ces mêmes formes. La variable aléatoire étudiée devient le nombre d'erreurs commises dans la reconnaissance des formes "correctes", avec comme facteurs explicatifs de cette variable : La nature géométrique de la figure présentée (triangle, quadrilatère, pentagone) et les concepts géométriques mis en cause (allongement, rotation, réflexion).

Dans [70] , apparaît une autre variable aléatoire définie sur la même situation expérimentale : Le temps de latence jusqu'à la réussite.

Dans [71] , SUPPES et IHRKE posent le problème de la construction d'un programme accéléré pour l'apprentissage des mathématiques au niveau élémentaire. Cette fois, les variables aléatoires prises en compte concernent les résultats des élèves à trois tests standards. Sur la base des résultats obtenus, le modèle essaie de prédire les performances des élèves en enseignement assisté par ordinateur.

Dans [73] , SUPPES et MORNINGSTAR se préoccupent d'évaluer des programmes d'enseignement assisté par ordinateur ; les variables aléatoires retenues se refèrent naturellement aux performances dans un ensemble d'exercices donnés, au temps d'exécution d'un nombre d'exercices donnés et aux résultats obtenus aux tests de qualification.

Dans [74] , on pose le problème différemment ; cette fois-ci, on se fixe a priori un critère de réussite ; les variables aléatoires observables que l'on utilise alors correspondent au nombre de séances qu'il est nécessaire d'avoir avant de satisfaire aux critères décidés à l'avance.

Tous ces exemples nous montrent que la définition des variables aléatoires, qui vont être au centre des modèles stochastiques étudiés et des résultats obtenus, doit être faite avec grand soin si l'on veut mettre en évidence les éléments importants de l'apprentissage. En outre, un bilan rapide

de la littérature dans ce domaine, tel qu'on vient de le faire, indique que les variables aléatoires les plus fréquemment étudiées sont les suivantes :

- "Nombre d'erreurs dans un ensemble d'exercices proposés"
- "Nombre de réponses correctes entre deux erreurs consécutives"
- "Nombre de réponses consécutivement fausses"
- "Temps de latence des réponses"
- "Probabilités de transition des réponses"
- "Distribution asymptotique de la réponse".

Ces éléments concrets illustrent ce que nous disions sur l'étude des processus, et nous donne des points de repère sur la manière dont il faut orienter les analyses.

En quelques lignes, nous venons de faire le tour des caractéristiques sur lesquelles se concentre en général l'étude des processus.

Toutefois, si l'étude des processus sous-jacents constituent en général la dynamique d'un modèle stochastique, une préparation minutieuse de formalisation doit être faite préalablement : Cette formalisation constitue l'aspect statique du modèle. En outre, une prise de données expérimentales et un traitement analytique (éventuellement sur calculateur) viendront compléter l'étude du modèle et son évaluation. C'est dire que l'étude des processus dans la section 1 du chapitre I ne constituera qu'une petite partie de ce mémoire dont le contenu peut maintenant être décrit comme suit :

- Dans un premier chapitre, on étudiera le problème des modélisations stochastiques sous l'angle de l'analyse statistique des processus aléatoires. Des références constantes à des travaux que l'auteur a effectués dans le domaine de l'apprentissage et dans d'autres domaines permettront de suivre de bout en bout la construction, l'expérimentation et l'évaluation de quelques modèles stochastiques. Un rappel des termes et des définitions utilisées en psychologie expérimentale et une présentation générale de ce vocabulaire et des concepts correspondants est faite au début du chapitre I, dans la section 1 se rapportant aux formalisations. L'informatique viendra parfois au secours de la statistique lorsque les calculs deviendront trop ardus.

- Dans un deuxième chapitre, le même problème est repris sous l'angle informatique : Des idées de base de la construction de machines spécialisées à l'enseignement assisté par ordinateur sont développées sous la forme d'une conception d'ensemble aussi cohérente que possible. Après avoir décrit les tâches à accomplir et les fonctions à remplir par ces machines, un calcul de charge et une discussion de ce qui est possible aujourd'hui permettra de fixer les caractéristiques générales du dessin du système, et des modes opératoires de telles machines.

- Dans un troisième et dernier chapitre, on essaiera de faire la synthèse entre les analyses statistiques et informatiques dont les grandes lignes auront été précédemment dégagées, et de proposer un ensemble de programmes qui autorisent des analyses systématiques, conjuguant les moyens statistiques et informatiques sur les données d'apprentissage issus de tels systèmes.

Une conclusion fera le point sur les résultats obtenus.

C H A P I T R E I

-=-=-=-=-=-=-=-

LA MODELISATION STOCHASTIQUE

========

====

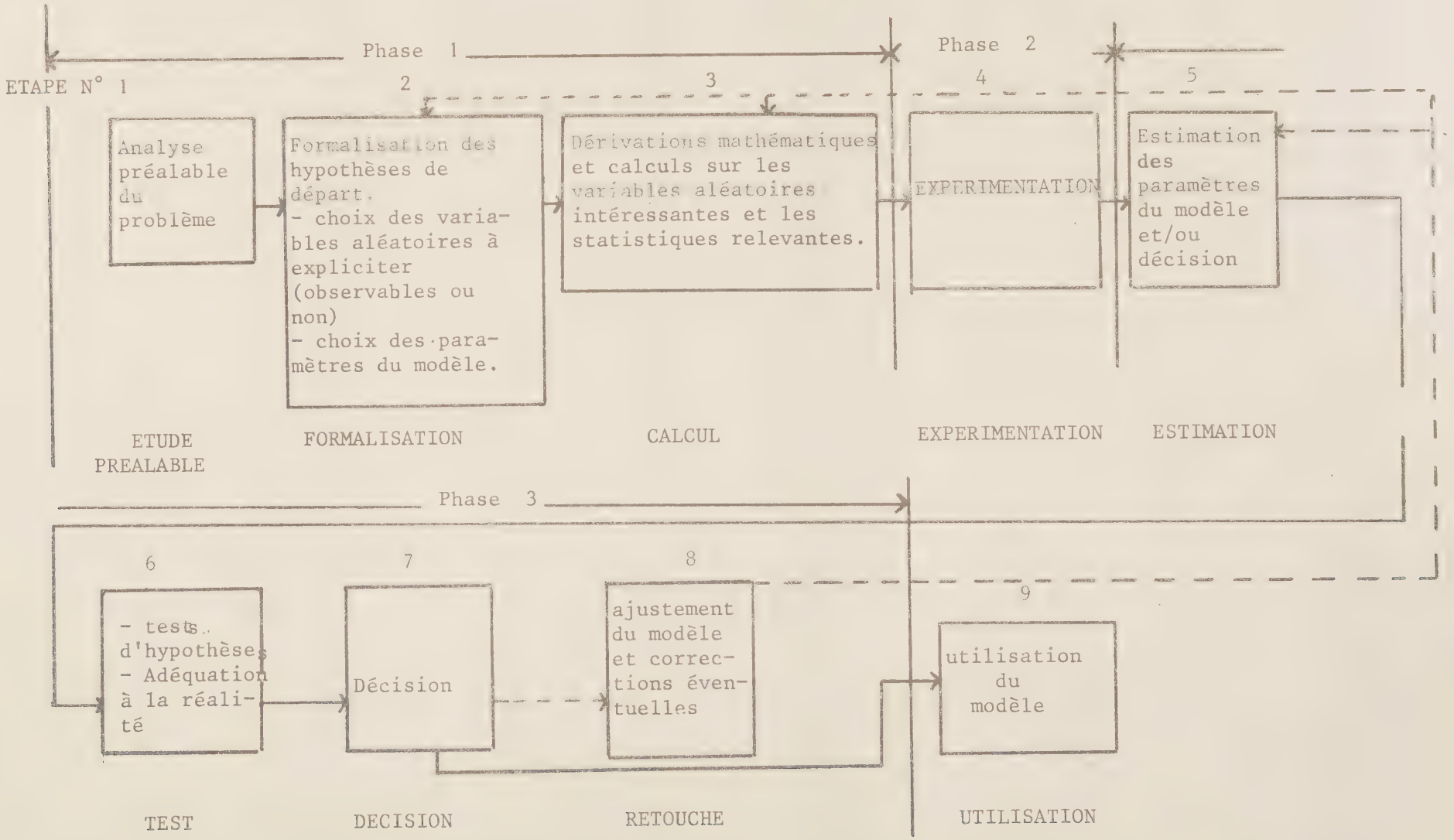
==

Un processus dynamique est presque toujours formalisé par un modèle stochastique. On peut se poser la question : "Qu'est-ce qu'un modèle" ? A cette question, l'auteur a partiellement répondu dans [26].

Après avoir longtemps existé sans grande vigueur, la notion de modèle est devenue depuis quelques décades une notion prépondérante dans l'analyse des phénomènes au milieu desquels nous vivons.
Dès lors où la nature des choses étudiées devient trop complexe pour permettre une représentation simple et directe, l'utilisation d'un modèle devient impérative. C'est pourquoi, depuis la deuxième guerre mondiale, ce point de vue s'est généralisé et développé. Assez curieusement toutefois, les idées qui ont permis de formaliser et de structurer cette notion sont un amalgamme de concepts et de vues que des savants de tous bords ont patiemment dégagé. Il n'est personne à qui on puisse attribuer la paternité exclusive de la modélisation. Bien plus, il n'existe pratiquement pas de livre scientifique dont ce soit le thème central, alors que la plupart des ouvrages sérieux à l'heure actuelle présente un ou plusieurs modèles spécialisés. Cela est vrai aussi bien dans les sciences physiques que dans les sciences humaines, et il n'y a pas de raison que cela n'apparaisse pas aussi dans le domaine des lettres. L'introduction de la modélisation dans la recherche s'est faite sans éclat ni heurt, tant elle a été naturelle.

FIGURE 2

ETAPES DE LA CONSTITUTION D'UN MODELE CLASSIQUE



L'universalité même des applications possibles montre que la définition d'un modèle n'est pas facile. On peut essayer d'adopter celle que voici :

"Un modèle est une représentation mathématique, physique ou logique d'un phénomène que nos sens peuvent appréhender". Le but premier d'un modèle est de comprendre la nature du phénomène étudié. Le but ultime est d'en connaître assez pour pouvoir en modifier le déroulement par une action dont on peut prévoir le résultat. La figure 2 donne une vue d'ensemble des étapes qui constituent l'étude complète d'un modèle. Or, dans ce mémoire, nous nous occuperons essentiellement des modèles d'apprentissage. C'est pourquoi les différentes étapes formalisées dans la figure 2 seront traitées tout au long de ce chapitre, au travers des références constantes aux modèles d'apprentissage. (voir aussi [32])
Nous allons reprendre point par point chacune des étapes mentionnées, en discuter le contenu, présenter les méthodes qui lui correspondent et les exemples qui l'illustrent. En fin de chapitre, on essaiera de dégager une vue d'ensemble sur l'analyse point par point qui aura été réalisée.

1. - FORMALISATION DES HYPOTHESES ; AXIOMES DE DEPART ; DEFINITION DES VARIABLES OBSERVABLES, DES VARIABLES NON OBSERVABLES, ET DES PARAMETRES DU MODELE STOCHASTIQUE.

A - Formalisation des hypothèses, axiomes de départ

Le travail préalable à la création d'un modèle stochastique consiste à identifier les facteurs et les variables aléatoires observables ou non qui constituent les éléments fondamentaux du phénomène que l'on étudie ; puis, il faut représenter les interactions qui existent entre ces facteurs et variables selon une formalisation acceptable, par exemple par l'intermédiaire d'une

axiomatique ; enfin, il faut vérifier la consistence des hypothèses de départ et expliciter les paramètres du modèle.

Tout ce travail initial, qui a pour but essentiel de mettre sous une forme mathématiquement exploitable les renseignements ou hypothèses que l'on possède au départ, ne va pas sans problème. Il n'est pas toujours facile d'énoncer clairement ce que l'on pressent ; un exemple développé en [11] nous en convaincra facilement.
Rappelons quelques définitions de psychologie mathématique, qui seront nécessaires à l'exposé.

a) Le cadre des modèles stochastiques d'apprentissage

Dans une expérience de psychologie, on distingue en général trois éléments fondamentaux. Un stimulus s tiré de l'ensemble S correspond à une présentation auditive, visuelle ou autre, qui va stimuler chez un sujet un ou plusieurs de ses sens, et provoquer en lui une réaction qui se traduit par une "réponse". Cette réponse r est tirée de l'ensemble R de toutes les réponses possibles et autorisées pour ce sujet.

Faisant suite à une réponse r donnée par le sujet, un renforcement e tiré de l'ensemble E est envoyé par l'expérimentateur au sujet pour lui donner des indications sur la "qualité" de sa réponse.

Les stimuli et les renforcements doivent être adaptés au sujet (humain ou animal) et au phénomène étudié. Par exemple, un renforcement pour un sujet humain peut être un commentaire du type : "vous avez raison" ou "vous avez tort", alors que pour un rat, c'est un renforcement, du type "fromage que l'on offre en récompense" ou "choc électrique désagréable" que l'on utilisera le plus fréquemment.

Un triplet :(s, a, e)constitue une expérience élémentaire. Lorsqu'on répète plusieurs fois de suite ce triplet et lorsque la succession des stimuli envoyés au sujet est soumise à une règle définie à l'avance par l'expérimentateur, on voit se modifier le comportement du sujet et évoluer sa réponse. On

dit qu'il y a "apprentissage" ; le but du modèle est de mettre en évidence les processus qui agissent sur le sujet et qui vont faire évoluer son comportement dans le sens observé. Plus l'accord entre le comportement prédit par le modèle et le comportement observé chez le sujet sont proches, meilleur sera le modèle.

Les règles d'expérimentation peuvent être fixées à l'avance et ne dépendre en aucune façon des résultats obtenus en cours d'expérimentation : on dit alors que l'on a une règle non contingente. On peut aussi faire dépendre les stimuli présentés ou les renforcements envoyés de résultats précédents. On dit alors qu'on a affaire à une règle contingente (simplement contingente si elle ne dépend que d'un seul résultat précédent).

Parfois, on ajoute un indice n au triplet (S, A, E) qui s'écrit alors $(S, A, E)_n$. Cet indice se refère au numéro de l'expérience effectuée. Ainsi la séquence S_1, A_1, E_1, S_2, A_2, E_2, S_3... signifie qu'après l'envoi au sujet du premier stimulus, on attend sa première réponse, que l'on fait suivre du premier renforcement. Après quoi, on envoie le deuxième stimulus (choisi d'après la règle d'expérimentation décidée à l'avance), et le cycle recommence.

Parfois, le renforcement de l'étape n est en même temps le stimulus de l'étape n + 1. Le triplet (S, A, E) devient alors le doublet (A, E)n : c'est le cas du modèle à temps continu que nous présentons plus loin.

En ce qui concerne plus particulièrement les modèles d'apprentissage, plusieurs auteurs se sont efforcés d'imaginer des modèles pouvant rendre compte de l'état des choses observé.

[7], [28], [29], [30], [44] et [45] rendent compte des principaux de ces efforts. On y distingue les modèles linéaires tels que ESTES et SUPPES les ont formalisés, les modèles dérivés de la notion de force de réponse tels que BUSH et MOSTELLER les ont rapporté et qui sont essentiellement dûs à LUCE, et les modèles à stimuli tels que SUPPES les a conçus. [13] et [14] en font la synthèse en vue de l'utilisation sur ordinateur.

En général, il s'agit pour ces modèles d'un espace des stimuli S et d'un espace des réponses A qui sont très simples. Par exemple, il y a seulement deux stimuli possibles et deux réponses possibles, ou bien un nombre fini de stimuli et un nombre fini de réponses, ou bien encore un continuum de stimuli et un continuum de réponses se présentant tous deux sous forme d'un segment (voir [60], [62], [63] et [75]).

Matériellement, les stimuli peuvent être concrétisés par des lampes allumées ou éteintes (par convention,celle des deux lampes qui s'allume correspond au stimulus qui est envoyé), ou bien à deux sons de hauteurs différentes ou de timbres différents.

La réponse peut être donnée par l'élève, soit par un interrupteur qu'il positionne à droite ou à gauche selon son désir, soit par des boutons sur lesquels il appuie, soit par tout autre moyen simple qui matérialise la réponse. Nous verrons aux chapitres II et III comment ces notions doivent être modifiées dans le contexte informatique de l'enseignement assisté par ordinateur.

Bien souvent, dans ces modèles, les renforcements ne sont pas donnés, ou bien il s'agit d'un renforcement simple du type : "la réponse est juste", ou "la réponse est fausse". On essaie, dans la mesure du possible, d'avoir une situation expérimentale dépouillée de manière à faire ressortir sur le plan du modèle, l'impact de la règle d'expérimentation sur la réponse du sujet.

En effet, c'est cela qui est important, car c'est là que se concrétise l'apprentissage, c'est-à-dire une modification du comportement du sujet dû à l'idée de plus en plus précise que se fait ce dernier, de la règle de présentation de l'expérimentateur. (Il est d'ailleurs possible que cette idée soit tout à fait fausse, ce qui conduit à un apprentissage négatif !).

Parfois, on complique la situation en faisant dépendre le stimulus donné à la n ième présentation de la ou des réponses du sujet qui ont précédé cette n ième étape : on a alors affaire à une règle de présentation qui est contingente. On fait cela parce qu'on espère rendre l'apprentissage plus rapide : l'expérience confirme ou infirme cette hypothèse.

Chaque présentation consécutive correspond à un triplet (S,A, E), qui est une expérience élémentaire. Une expérience de psychologie expérimentale correspond en général à une suite de N expériences élémentaires dans laquelle l'enchaînement des présentations de stimuli est faite d'après la règle d'expérimentation choisie.

La généralisation apportée par [67] se rapporte au cas où le stimulus est donné de manière permanente dans le temps, de même que la réponse. La notion d'expérience élémentaire disparait alors et c'est l'entrelacement des processus de présentation de stimuli et de réponses qu'il est intéressant d'étudier.

Dans la théorie que nous exposons ici, les stimuli se présentent physiquement sous la forme de petits avions apparaissant sur un écran graphique en deux positions, selon un processus fixé à l'avance par la règle d'expérimentation.

Les deux positions sont appelées s_1 et s_2. De même, la réponse est donnée de façon continue dans le temps, sur l'un des deux points fixes a_1 et a_2 matérialisés sur l'écran directement au dessous des positions assignées aux stimuli.

Le processus de renforcement est confondu avec celui de présentation des stimuli. Une première règle d'expérimentation est basée sur le protocole de présentation suivant : avec la probabilité π, on présente le stimulus s_1 ; avec la probabilité $1 - \pi$, on présente le stimulus s_2. Les instants où interviennent ces présentations dépendent soit d'un processus de Poisson de paramètre μ , soit d'un intervalle de temps constant T : il s'agit là de deux règles d'expérimentation non contingentes.

Deux autres cas ont été également étudiés pour lesquels les moments où le stimulus apparaît , dépendent eux aussi soit d'un processus de Poisson de paramètre μ, soit d'un intervalle de temps constant T : mais cette fois la règle de présentation est contingente, c'est-à-dire que si au moment où la présentation du stimulus intervient, la réponse donnée par le sujet est a_1, alors avec la probabilité π_1, le stimulus donné est s_1, et avec la probabilité

$1 - \pi_1$ le stimulus donné est s_2. Dans le cas où la réponse donnée par le sujet à l'instant où intervient la présentation du stimulus est a_2, alors avec la probabilité π_2, le stimulus envoyé est s_2, et avec la probabilité $1 - \pi_2$, le stimulus envoyé est s_1. Au total, on a donc examiné quatre schémas de présentation différents soit par les instants où interviennent les changements de stimuli (régis par un processus de Poisson pour les uns, et par un intervalle de temps constant pour les autres), soit par la répartition de ces stimuli, régie selon le cas par une règle contingente ou par une règle non contingente. [67] rend compte de la situation expérimentale correspondante.

L'hypothèse de départ qui était faite sur le schéma d'apprentissage était l'existence d'un nombre N "d'éléments". Ces éléments sont des entités mathématiques dont on suppose l'existence, mais qui sont non observables ; toutefois, par une extension du langage, on appelle communément ces éléments des stimuli, ce qui explique que l'on parle plus loin de "modèles à stimuli" et de "nombre de stimuli conditionnés à telle ou telle réponse" (nous parlerons indifféremment tout au long de ce mémoire de "stimuli" ou d'éléments). Chacun d'eux peut être conditionné à l'une ou à l'autre des réponses.

La liaison entre ces entités mathématiques non observables d'une part, et la réponse donnée par le sujet sous une forme observable d'autre part, est faite comme suit : L'un de ces stimuli va avoir un rôle privilégié ; la théorie postule que c'est lui qui va être à l'origine de la réponse apparente. En effet, c'est la réponse à laquelle ce stimulus est "conditionné" que le sujet va donner.

Le problème qui reste à résoudre en théorie est celui de la désignation de ce stimulus privilégié. Comme il n'existe pas a priori de raison valable pour en choisir un plutôt qu'un autre, on admet que l'on fait un tirage aléatoire équiprobable de l'un des N stimuli disponibles et que c'est celui-là qui joue ce rôle central jusqu'au moment où l'échantillonnage d'un autre stimulus remettra les choses en question. Ainsi, un changement du stimulus échantillonné et un nouveau tirage aléatoire équiprobable de l'un quelconque des N stimuli intervient de temps en temps, et peut potentiellement changer la réponse donnée de façon apparente, si le stimulus qui est choisi par cette

nouvelle sélection est conditionné à une réponse différente de celle qui est en cours. Les moments où interviennent ces nouveaux tirages sont régis par un processus différent dans le cas du modèle à temps discret, tel qu'on le trouve décrit en [30], et dans le modèle à temps continu, tel qu'on le trouve décrit en [11].

b) L'axiomatique des modèles à stimuli

Nous en avons terminé avec la présentation générale du vocabulaire et du cadre de travail où l'on se place en psychologie expérimentale. Il est temps maintenant d'aborder le problème de la formalisation des hypothèses de départ d'un modèle sous forme d'axiomes et nous allons entrer dans le vif du sujet à travers l'exemple particulier des modèles d'apprentissage à échantillonnage de stimuli.

Donnons ici les axiomes qui décrivent, les hypothèses de départ pour deux variétés de ces modèles : Celui où le temps est pris comme une variable discrète, le processus d'apprentissage étudié étant alors une suite d'essais élémentaires de type $(S, A, E)_n$, et celui où le temps devient une variable continue, le processus étudié devenant multivarié, car S, A, E deviennent eux mêmes des processus dépendant du paramètre temps avec $[\ 0 + \infty\ )$ comme espace de paramétrisation. Le passage d'une axiomatique à l'autre montrera comment intervient la transition du temps discret au temps continu.

i) Axiomes pour le modèle à temps discret

Axiomes de conditionnement

Axiome C_1 — Chaque stimulus est conditionné à l'une des réponses possibles.

Axiome C_2 Si le stimulus qui est échantillonné lors d'un nouvel essai est conditionné à une des réponses possibles et si le renforcement qui est donné à cette expérience correspond à une autre réponse, alors l'élément en cours d'échantillonnage change de conditionnement et devient conditionné à la nouvelle réponse avec la probabilité c.

Axiome C_3 Le conditionnement des stimuli qui ne sont pas échantillonnés à l'essai numéro n n'est pas affecté par le renforcement donné au cours de cet essai.

Axiome C_4 La probabilité c d'un changement dans le conditionnement du stimulus en cours d'échantillonnage est indépendante du numéro n de l'essai, et de l'histoire des évènements précédents.

Axiomes d'échantillonnage

Axiome E_1 Un élément et un seul est échantillonné à chaque nouvel essai.

Axiome E_2 La probabilité d'échantillonner un élément lors d'un nouvel essai est égale à $\frac{1}{N}$ pour tous les éléments ; elle est indépendante de l'élément qui a été échantillonné précédemment, du numéro n de l'essai en cours, et de toute la succession des évènements qui ont précédé.

Axiome de réponse

Axiome R_1 La réponse donnée à l'essai n correspond à celle pour laquelle le stimulus échantillonné est conditionné.

Remarquons ici que les axiomes d'échantillonnage et de réponse explicitent simplement la manière dont la distribution non observable des conditionnements est traduite dans la pratique sous forme d'une réponse observable. Le véritable apprentissage est sous-jacent. Il correspond au phénomène non observable de la modification des conditionnements de stimuli au fur et à mesure du déroulement des essais. Ce sont les axiomes de conditionnement qui éclairent la manière dont cette modification s'opère.

Considérons maintenant la transformation de ce modèle, en un modèle à temps continu. Nous avons toujours N stimuli. Toutefois, au lieu d'enregistrer une réponse à chaque nouvel essai, nous désirons maintenant enregistrer une réponse de façon continue dans le temps.

Pour fixer les idées, considérons le cas où il n'y a que deux états de réponse possibles : A_1 et A_2, et un processus stochastique de réponse

$\{ X(t) \; ; \; t \geq 0 \}$ dans lequel

$$X(t) = \begin{cases} 1 & \text{si la réponse donnée à l'instant } t \text{ est } A_1 \\ 0 & \text{si la réponse donnée à l'instant } t \text{ est } A_2 \end{cases}$$

pour $t \geq 0$.

Ce processus stochastique prend la place du processus

$\{ X(n) \; ; \; n = 1, 2, 3, \ldots \}$ qui avait la définition suivante dans les modèles à temps discret :

$$X(n) = \begin{cases} 1 & \text{si la réponse donnée à l'essai } n \text{ est } A_1 \\ 0 & \text{si la réponse donnée à l'essai } n \text{ est } A_2 \end{cases}$$

$n = 1, 2, 3 \ldots\ldots$

L'expérience rapportée en [67] illustre la manière dont le modèle a été testé en pratique.

Sur la console graphique d'un calculateur PDP1, les stimuli apparaissaient à certains moments et pendant quelques instants, sous forme d'un petit avion, en deux positions possibles : S_1 et S_2, à droite et à gauche de l'écran.

La réponse était donnée sous la forme d'un petit canon qui apparaissait lui aussi soit à droite, soit à gauche de l'écran, directement sous les positions correspondant aux stimuli, et de façon constante dans le temps. Le sujet pouvait positionner la réponse comme il le désirait : chaque fois qu'il voulait la changer de côté, il appuyait sur un bouton et le calculateur transférait l'image du canon à l'autre côté de l'écran. Le renforcement et le stimulus étaient confondus : si au moment où l'avion apparaîssait, l'image du canon se trouvait juste au-dessus de l'image de l'avion, le sujet était "récompensé" par la vue de l'avion qui explosait ; si au moment où l'avion apparaissait sur l'écran, l'image du canon correspondant à la réponse de l'élève se trouvait de l'autre côté de l'écran, l'image de l'avion restait stable pendant quelques instants, puis disparaissait. Le stimulus visuel correspondant à l'apparition du petit avion était en même temps le renforcement visuel qui correspondait à la destruction ou non de ce même avion. Le but de l'apprentissage étant de deviner où l'avion va apparaître le coup suivant, on appelle ce type d'expérience une expérience de "prédiction". Dans les modèles correspondants, les processus de stimulus et de renforcement sont confondus. Nous voyons sur cet exemple, dont la programmation complète a nécessité environ six mois de programmation, que l'analogue continu du modèle discret peut difficilement se concevoir sans un appareillage assez compliqué. En outre, on utilisait le disque d'un calculateur 7090 pour emmagasiner les résultats globaux, ce qui necessitait au moment des analyses un retransfert de ces données du disque au PDP1 via le "data channel" du 7090.

Des programmes spéciaux de transfert de données de génération d'images et de conduite expérimentale, d'analyse de données, et de listing de résultats ont été construits par l'auteur à cette occasion : Ils sont reproduits en annexe I.1 et I.2.

Sur le plan théorique, l'extension au temps continu implique en particulier qu'au lieu d'avoir un nombre fini d'essais à analyser, nous nous trouvons maintenant en face d'un continuum d'essais, chaque instant t constituant un essai élémentaire.

Par analogie avec le modèle à temps discret, pour lequel chaque essai comporte un renforcement, on voudrait avoir un continuum de renforcements. Cela n'est pas possible, sinon le sujet connaitrait à tout instant la réponse "correcte" et l'expérience de prédiction perdrait tout intérêt. On voit bien ici que l'analogie entre les deux modèles ne peut se poursuivre au delà d'un certain point. Il nous faut organiser différemment le schéma de renforcement pour ne retenir qu'un nombre fini de renforcements au cours de la durée finie de l'expérience envisagée.

A la limite, en supposant que $t \to + \infty$, nous pouvons considérer un nombre de renforcements qui serait infini comptable ; nous ne pourrons jamais dépasser ce stade. Dans ces conditions, deux schémas de renforcement ont été essayés, l'un correspondant à un processus de Poisson d'intensité μ, l'autre correspondant à des renforcements donnés à intervalles de temps réguliers séparés par une période T : Nous appellerons le premier schéma renforcement de type Poisson et le deuxième renforcement régulier.

Venons-en maintenant au problème des présentations de stimuli.

Dans le modèle à temps discret, le renforcement qui a lieu en fin d'essai selon une règle non contingente ou simplement contingente représente en même temps la présentation du stimulus à l'essai suivant.
Dans une présentation non contingente, on a la relation :

$$P(S_{1,n} / A_{1,n-1}) = P(S_{1,n} / A_{2,n-1}) = \pi \quad (1.1.1.)$$

dans laquelle $S_{1,n}$ désigne l'envoi du sitmulus S_1 à l'essai n, et $A_{i,n-1}$ exprime le fait que la réponse donnée à l'essai n-1 était A_i pour $i = 1, 2$.

π est un des paramètres constants à la disposition de l'expérimentateur qui peut en faire varier la valeur pour avoir des schémas de présentation différents Une présentation simplement contingente entraîne que :

(1.1.2.) $$P\ (S_{i,n}\ /\ A_{i,n-1}) = \pi_i \quad \text{pour } i = 1,\ 2.$$

Il est clair que si l'on choisit $\pi_1 = 1 - \pi_2 = \pi$, les deux règles d'expérimentation sont confondues. Le cas non contingent est donc un cas particulier du schéma simplement contingent.

Dans le modèle à temps continu, ces notions sont conservées telles quelles. Il suffit de remplacer le numéro de l'essai n par le temps t pour trouver dans le cas du modèle non contingent, les relations :

(1.1.3.) $$P\ (S_{1,t}\ /\ A_{1,t}) = P\ (S_{1,t}\ /\ A_{2,t}) = \pi$$

$$P\ (E_{1,t}\ /\ A_{1,t}) = P\ (E_{1,t}\ /\ A_{2,t}) = \pi$$

et, dans le cas du modèle contingent :

(1.1.4.) $$P\ (S_{i,t}\ /\ A_{i,t}) = P\ (E_{i,t}\ /\ A_{i,t}) = \pi_i$$

pour $i = 1,\ 2$.

Ces formules utilisent le fait que le processus de présentation du stimulus et le processus de renforcement sont confondus, comme nous l'avons expliqué précédemment. D'autre part, la notion d'essai n'existe plus, n étant remplacé par t.

Nous sommes maintenant en mesure de décrire les hypothèses de départ pour le modèle à temps continu par un ensemble d'axiomes semblables à ceux que nous avons écrits pour le modèle à temps discret.

ii) Axiomes pour le modèle à temps continu

Axiomes de conditionnement

Axiome C_1 — A tout instant t, chaque élément est conditionné à l'une des réponses possibles.

Axiome C_2 — Si un nouvel élément est échantillonné à l'instant t, et si un renforcement correspondant à une réponse arrive à cet instant, alors, avec la probabilité c, l'élément échantillonné devient conditionné à la réponse présentée par ce renforcement.

Axiome C_3 — Le conditionnement des N - 1 éléments qui ne sont pas échantillonnés à l'instant t, ne peut en aucun cas, être affecté par un renforcement qui serait envoyé à cet instant t.

Axiome C_4 — La probabilité c d'un changement dans le conditionnement d'un élément est indépendante du temps t et de la succession des évènements qui ont précédé cet instant.

Axiomes d'échantillonnage

Axiome E_1 — Un élément et un seul est en cours d'échantillonnage à tout instant t.

Axiome E_2 — Une fois qu'un élément a été échantillonné à l'instant t, la probabilité de le garder dans cet état est indépendante du temps t, de la durée de l'échantillonnage, et de l'histoire passée du système.

Axiome E_3 : S'il y a N éléments disponibles à l'instant t pour l'échantillonnage, la probabilité d'échantillonner n'importe lequel d'entre eux est égale à $\frac{1}{N}$, est indépendante de l'élément qui a été précédemment échantillonné, du temps t, ou de la succession précédente des évènements.

Axiome de réponse

Axiome R_1 : La réponse donnée à l'instant t est celle qui correspond au conditionnement de l'élément en cours d'échantillonnage.

Ces axiomes appellent des commentaires.

Tout d'abord, rien n'est dit sur ce que sont les réponses. Pour l'exemple que nous développons ici, nous admettrons qu'il n'y a que deux réponses. Mais une généralisation à un nombre fini de réponses, ou même à un continuum de réponses est triviale.

Puis, l'axiome E_2 implique que :

(1.1.5.) $$P(T \geq t_o + t \,/\, T > t_o) = P(T \geq t \,/\, T > 0)$$ dans

lequel T correspond au temps d'entrearrivée du processus d'échantillonnage (pour une définition du temps d'entrearrivée, voir [18], ou [48] .

Or $P(T \geq t \,/\, T > 0)$ représente la probabilité que l'élément échantillonné le reste plus longtemps que t, étant donné qu'il avait été échantillonné à l'instant 0.

L'égalité (1.1.5.) est dûe à l'indépendance vis à vis de t et vis à vis de l'histoire passée du système. Or, c'est là l'égalité caractéristique d'un processus sans mémoire tel que PARZEN l'a défini dans [48]. Ceci implique que T est distribué selon une loi exponentielle de moyenne $\frac{1}{\lambda}$; par conséquent, le processus d'échantillonnage correspondant est régi par un processus de Poisson d'intensité λ.

Nous voyons ici comment, à partir d'hypothèses de départ qui sont faites sur la base de modèles précédemment étudiés, et d'extensions que l'on veut apporter à la théorie (dans le cas présent, une extension au temps continu), on peut développer un ensemble d'axiomes qui traduise ces hypothèses de départ. Souvent, la discussion critique des axiomes permet de comprendre les erreurs ou les omissions qui sont faites involontairement et qu'il faut donc corriger avant de passer aux étapes suivantes de l'étude du modèle.

B - Définitions des variables observables, des variables non observables et des paramètres du modèle stochastique

Une fois les hypothèses de départ explicitées sous forme d'axiomes ou de tout autre moyen, il devient nécessaire de désigner par une notation claire et précise les variables et les paramètres du modèle que l'on va étudier.

Ce sont ces variables et ces paramètres qui sont à la base des développements mathématiques et des calculs futurs sur lesquels portera l'analyse du modèle, puis son utilisation. Nous donnerons ici deux exemples de définition de ce type.

L'un se rapportera aux modèles d'apprentissage précédemment décrits ; l'autre aux modèles Bayésiens séquentiels.

a) Définition des variables et des paramètres observables ou non pour les modèles d'apprentissage à stimuli et à temps continu.

Nous avons vu précédemment la définition du processus stochastique $\{ X(t) ; t > 0 \}$.

Comme pour tous les processus stochastiques pour lesquels il existe une fonction moyenne, il est utile de définir également la fonction :

$$(1.1.6.) \qquad x_1(t) = P\{ X(t) = 1 \} = E\{ X(t) \} = P\{ A_{1,t} \}$$

Dans laquelle la notation $E(f)$ désigne l'espérance mathématique de la fonction aléatoire f, et la notation $A_{1,t}$ désigne l'évènement $X(t) = 1$, c'est-à-dire le fait que la réponse A_1 est donnée au temps t.

Voyons ensuite la définition du processus de présentation des stimuli (qui est aussi le processus de renforcement, dans le cas présent).

Soit $\{ Y(t) ; t > 0 \}$ ce processus. On définit, pour chaque t, la variable aléatoire :

$$(1.1.7.) \qquad Y(t) = \begin{cases} 1 & \text{si, au temps t, un renforcement est envoyé} \\ 0 & \text{dans le cas contraire} \end{cases}$$

$Y(t)$ représente l'existence ou non d'un renforcement au temps t.

Nous avons vu que deux schémas de renforcement étaient utilisables : celui où la présentation du stimulus se fait à intervalles de temps T fixes, et celui dans lequel les présentations du stimulus arrivent selon un processus de Poisson de paramètre μ. Dans le premier schéma, on peut utiliser la définition du processus $\{ Y(t) \; ; \; t > 0 \}$ pour définir la variables aléatoire observable :

$$(1.1.8.) \qquad Y(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } t = k\,T \text{ avec } k = 1, 2, 3... \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Toutefois, dans le second cas, il est difficile d'utiliser la variable aléatoire $Y(t)$ pour caractériser un schéma de présentation qui dépend d'un processus de Poisson. Il nous faut introduire deux autres variables aléatoires, qui sont plus descriptives :

$$(1.1.9.) \qquad \begin{cases} S = \text{durée d'entrearrivée entre deux changements consécutifs de la réponse du sujet} \\ R = \text{durée d'entrearrivée entre deux renforcements consécutifs.} \end{cases}$$

La distribution de S dépend de l'origine du temps, alors que la distribution de R en est indépendante. Dans le schéma de présentation de type Poisson, R a pour distribution $G(t) = 1 - e^{-\mu t}$, c'est-à-dire une loi exponentielle ayant pour moyenne $\frac{1}{\mu}$.

Lorsque la présentation des stimuli est faite à intervalles réguliers, R a pour distribution :

$$G(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } t \geq T \\ 0 & \text{pour } t < T \end{cases}$$

Tout ce qui précède est relatif aux instants où un stimulus est envoyé ; cela ne suffit pas. Il faut également préciser le côté où ce stimulus est donné. C'est pourquoi on définit la variable aléatoire $\epsilon(t)$ qui représente le "côté de présentation du stimulus (ou renforcement, dans le cas présent)".

$$(1.1.10.) \qquad \epsilon(t) = \begin{cases} 1 & \text{si au temps T, } E_{1,t} \text{ est envoyé, étant donné que } Y(t) = 1 \\ 0 & \text{si au temps T, } E_{2,t} \text{ est envoyé, étant donné que } Y(t) = 1. \end{cases}$$

La notation $E_{j,t}$ $(j = 1, 2)$ se refère à l'envoi du renforcement E_j au temps t.

Dans le cas non contingent, on obtient :

$$(1.1.11.) \qquad \epsilon(t) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{avec la probabilité } \pi \\ 0 & \text{avec la probabilité } 1 - \pi \end{array} \right\} \text{ pour tout } t$$

Dans le cas simplement contingent : (1.1.10.) devient :

$$(1.1.12.) \qquad \epsilon(t) = \begin{cases} 1 & \text{avec la probabilité } \begin{cases} \pi_1 & \text{si } X(t) = 1 \\ 1 - \pi_2 & \text{si } X(t) = 0 \end{cases} \\ 0 & \text{avec la probabilité } \begin{cases} 1 - \pi_1 & \text{si } X(t) = 1 \\ \pi_2 & \text{si } X(t) = 0 \end{cases} \end{cases}$$

La variable aléatoire $X(t)$ définit le processus de réponse du sujet. Les variables aléatoires $Y(t)$, $\epsilon(t)$, et R spécifient le processus de présentation des stimuli et le processus de renforcement (qui est le même dans ce cas). Tous se refèrent à des variables observables.

Toutefois, d'après les hypothèses faites, et les axiomes correspondants il existe un certain nombre de processus, qui eux ne sont pas observables, et qu'il va nous falloir décrire si l'on veut ensuite faire progresser les calculs. Ce seront les variables intermédiaires du calcul.

Nous avons décrit les modèles à N stimuli (que nous avons aussi appelés éléments). Pour chacun de ces éléments, on peut définir la variable aléatoire :

$$(1.1.13.) \qquad Z_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{si, au temps T, l'élément i est conditionné à la réponse } A_1 \\ 0 & \text{si, au temps T, l'élément i est conditionné à la réponse } A_2 \end{cases}$$

On peut alors définir le vecteur aléatoire non observable :

(1.1.14.) $$Z(t) = \begin{pmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ \vdots \\ Z_N(t) \end{pmatrix}$$ qui représente l'état du conditionnement des N éléments du modèle.

Le processus $\{ Z(t) ; t \geq 0 \}$ est un processus stochastique multivarié non observable.

Un autre caractère descriptif des stimuli considérés est celui qui se refère à leur échantillonnage. On peut définir le vecteur aléatoire :

(1.1.15.) $$\Delta(t) = \begin{pmatrix} \Delta_1(t) \\ \vdots \\ \Delta_N(t) \end{pmatrix}$$ pour lequel

$$\Delta_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{si à l'instant } t, \text{ le stimulus } i \text{ est en cours d'échantillonnage} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Compte tenu de l'axiome E_1, le vecteur $\Delta(t)$ comporte un élément égal à 1 et tous les autres égaux à 0.

Toutes les variables aléatoires dont nous parlons ont des espérances mathématiques, ce qui entraîne les définitions suivantes :

$$
\text{(1.1.16.)}\quad
\begin{cases}
P_{i,1}(t) = E\{ Z_i(t) \} = \text{Prob}\{ \text{que à l'instant } t, \text{ le stimulus } i \text{ soit conditionné à } A_1 \} \\
P_{i,2}(t) = 1 - P_{i,1}(t) \\
E\{ Z(t) \} = z(t) = \begin{pmatrix} E\{ Z_1(t) \} \\ \vdots \\ E\{ Z_N(t) \} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{1,1}(t) \\ \vdots \\ P_{N,1}(t) \end{pmatrix} \\
E\{ \Delta(t) \} = \delta(t) = \begin{pmatrix} E\{ \Delta_1(t) \} \\ \vdots \\ E\{ \Delta_N(t) \} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_1(t) \\ \vdots \\ \delta_N(t) \end{pmatrix}
\end{cases}
$$

dans lequel $\delta_i(t) = E\{ \Delta_i(t) \}$ pour $i = 1, 2, \ldots, N$.

Les vecteurs aléatoires $Z(t)$ et $\Delta(t)$ sont les vecteurs de base pour la description des stimuli. Toutefois, comme ces stimuli sont indiscernables, il est utile de considérer également la variable aléatoire :

(1.1.17.) $N_1(t)$ = nombre d'éléments qui, au temps t, sont conditionnés à $A_1 = \sum_{i=1}^{N} Z_i(t)$

$N_2(t) = 1 - N_1(t)$.

A ces variables aléatoires correspondent des espérances mathématiques.

$$n_1(t) = E\{N_1(t)\} \qquad n_2(t) = E\{N_2(t)\}$$

Il s'ensuit immédiatement que :

$$(1.1.18.)\quad \begin{cases} n_1(t) + n_2(t) = N_1(t) + N_2(t) = N \\ \\ n_1(t) = E\{N_1(t)\} = \sum_{i=1}^{N} E\{Z_i(t)\} = \sum_{i=1}^{N} P_{i,1}(t) \end{cases}$$

Enfin pour les besoins ultérieurs du calcul, il est utile de considérer les deux vecteurs suivants :

$$(1.1.19.)\quad \begin{cases} J = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} & \text{où} \quad J \text{ a un } 1 \text{ dans ses N positions} \\ \\ \theta = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_N \end{pmatrix} & \text{dans lequel la variable aléatoire} \end{cases}$$

$$\theta_i = \begin{cases} 1 & \text{avec la probabilité } \frac{1}{N} \\ 0 & \text{avec la probabilité } 1 - \frac{1}{N} \end{cases}$$

Nous avons en outre la condition supplémentaire qu'à un instant donné, l'une des composantes θ est égale à 1, toutes les autres étant égales à 0.

FIGURE 3

-=-=-

LISTE DES VARIABLES ALEATOIRES ET DES PROCESSUS STOCHASTIQUES PRINCIPAUX DANS LES MODELES STOCHASTIQUES D'APPRENTISSAGE A N ELEMENTS ET A TEMPS CONTINU

Vecteurs ou variables aléatoires	Espérance mathématique	Signification de ces vecteurs ou de ces variables aléatoires	Processus stochastique correspondant
$X(t)$	$x_1(t)$	Variable aléatoire de réponse	Processus de Reponse
S	---	Temps d'entre-arrivée entre deux changements consécutifs de la réponse	
$Y(t)$	---	Arrivée d'un stimulus au temps t	Processus de Présentation du stimulus (schéma d'expérimentation)
$\in(t^+)$	---	Variable aléatoire définissant le côté ou le stimulus est envoyé	
R	$\frac{1}{L}$ ou T	Temps d'entre-arrivée du processus d'envoi du stimulus	
$Z_i(t)$	$P_{i,1}(t)$	Conditionnement de l'élément numéro i à la réponse A_1	Processus de conditionnement des éléments
$Z(t)$	$\begin{pmatrix} P_{i,1}(t) \\ \vdots \\ P_{N,1}(t) \end{pmatrix}$	Vecteur aléatoire représentant l'état de conditionnement des différents stimuli	
$\Delta_i(t)$	$\delta_i(t)$	Etat d'échantillonnage de l'élément numéro i au temps t	
$\Delta(t)$	$\delta(t)$	Vecteur représentant la distribution de l'échantillonnage des éléments au temps t	
$N_1(t)$	$n_1(t)$	Nombre d'éléments conditionnés à la réponse A_1 au temps t	
Θ	$\frac{1}{N} \cdot J$	Vecteur aléatoire équiprobable de dimension N ayant des 0 partout sauf dans une position ou se trouve un 1	Vecteurs utilisés dans la description des distributions asymptotiques.
J	$J = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$	Vecteur constant de dimension N ayant des 1 partout.	

La figure 3 donne un résumé des processus stochastiques et des variables aléatoires observables ou non dont nous venons de parler.

On peut tirer des hypothèses faites et des définitions données les relations suivantes (voir [11], pages 28 et 29).

$\sum_{i=1}^{N} \Delta_i (t) . Z_i (t) = Z_j (t)$ (dans lequel j est le numéro de l'élément en cours d'échantillonnage au temps t) = $\Delta' (t) . Z (t) = Z' (t) . \Delta (t) = X (t)$, en utilisant la notation habituelle du produit intérieur de deux vecteurs.

On peut ainsi écrire :

(1.1.20.) $\sum_{i=1}^{N} Z_i (t) = N_1 (t) = Z' (t) . J = J' . Z (t)$

Nous voyons émerger des hypothèses faites au paragraphe I.1.A/ les notations et les définitions des paramètres et variables aléatoires utiles du modèle considéré, ainsi que les trois paramètres de ce modèle : λ, c et N.

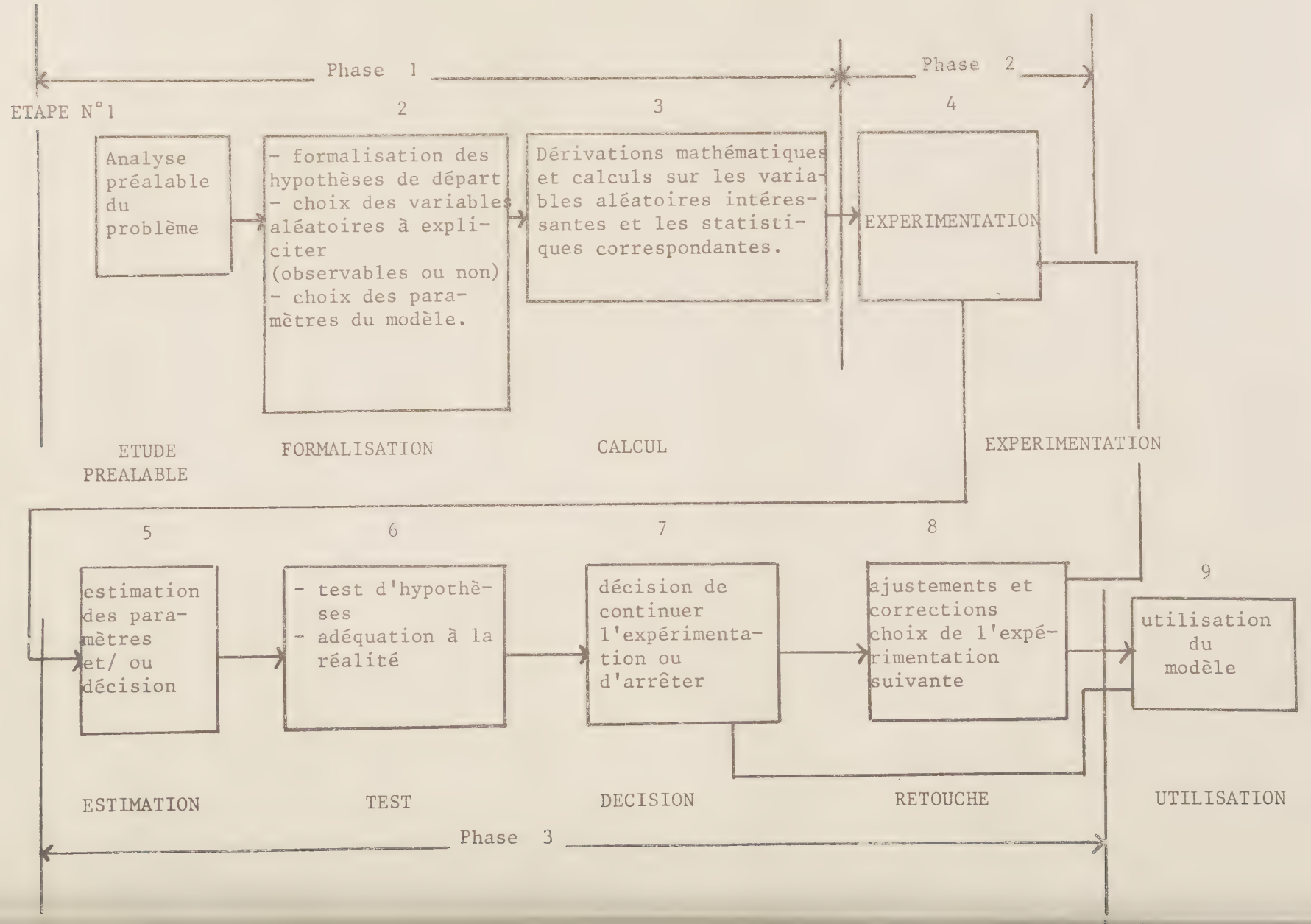
Ceci illustre la manière dont on passe de la formalisation des hypothèses de départ sous forme d'axiomes à la définition des variables et des paramètres du modèle sous une forme utilisable pour les calculs.

b) Définition des variables et des paramètres dans un modèle Bayésien séquentiel

Les différences qui existent entre un modèle stochastique habituel et un modèle séquentiel Bayesien sont illustrés par la figure 4 (pour une discussion de ces différences, voir [25] et [26].

FIGURE 4

ETAPES DE LA CONSTITUTION D'UN MODELE DECISIONNEL BAYESIEN



Donnons alors la liste des variables aléatoires et des paramètres qui définissent un modèle de ce type.

i) L'espace Θ des étapes possibles de la nature.

Sur cet espace Θ , on définit une distribution qui représente l'état probable de la nature au moment où on analyse le modèle. Au début de la nième d'expérimentation, cette distribution $P(\Theta)$ correspond à la distribution a priori des états de la nature. L'information recueillie à travers l'expérimentation va nous faire réviser notre jugement et attribuer à Θ , après la nième expérience, une distribution a posteriori que l'on note $P'_n(\Theta)$. Notons que

$$P_{n+1}(\Theta) = P'_n(\Theta).$$

ii) L'espace E des expérimentations possibles.

$$E = \{ e_1, e_2, e_i, \ldots e_I \; ; \quad i = 1, 2, \ldots I \}$$

Nous ferons l'hypothèse que l'espace E est le même pour toutes les phases d'expérimentation du modèle. On suppose en général, que le nombre des expériences possibles, c'est-à-dire la taille de l'espace E, est fini ; mais c'est là une commodité et non une restriction nécessaire de la théorie.

iii) L'espace Z des résultats possibles de cette expérience.

$$Z = \bigcup_{i=1}^{I} Z_i$$

dans lequel Z_i = espace des résultats possibles de l'expérience E_i. A ces résultats sont affectées des probabilités, et l'on a une distribution sur les résultats possibles Z_i.

Comme $Z_i \subset Z$, on peut étendre cette distribution à l'espace Z ; en outre, comme elle est conditionnée à l'expérimentation choisie, on peut la noter P_{z/e_i}.

Il y autant de distributions conditionnelles de ce type qu'il y a d'expériences possibles. Par commodité d'écriture, on peut désigner ces distributions par la notation $P_{z/e}$.

L'espace Z étant maintenant défini, on peut revenir sur la distribution a posteriori de Θ, à la fin de la nième expérimentation, que l'on peut maintenant désigner par $P^{(n)}_{\theta/z}$.

Notons au passage que l'on fait en général l'hypothèse que les expériences sont faites indépendamment les unes des autres.

iv) L'espace A des actions possibles.

A la fin de chaque phase d'expérimentation, il nous faut prendre une décision, c'est-à-dire choisir une action parmi celles qui s'offrent à nous. On peut décider d'entamer un autre cycle expérimentation-résultat- modification de la distribution de Θ, ce qui correspond à l'action a_0, soit prendre l'une des actions terminales a_1, a_2, a_J qui s'imposent. L'espace des actions A s'écrit donc :

$$A = \{ a_0, a_1, \ldots a_j ; \quad j = 0, 1, \ldots\ldots, J \}$$

Toutes ces définitions correspondent aux éléments statiques d'un modèle séquentiel bayesien. La dynamique du modèle est assurée par une fonction d'utilité:

$$u (e, z, a, \Theta).$$

iv) La fonction d'utilité $u(e, z, a, \theta)$

C'est à travers la fonction d'utilité que la méthode bayesienne prend sa pleine signification. Tout tourne autour de l'idée suivante : A la fin de chaque cycle, on se trouve placé devant le choix d'une action. Pour que ce choix soit motivé, on cherche à créer une unité commune dans laquelle on mesure les conséquences des actes possibles. Cette unité, cette mesure, c'est la fonction d'utilité u. u est une fonction de l'état réel des choses (θ), des résultats de l'expérimentation choisie (e, z), et de l'action choisie (a).

Si l'état réel des choses est θ et a l'action décidée, l'utilité correspondante est u. Dès lors, pour un θ que l'on suppose être l'état réel des choses, il est logique de choisir l'action qui va maximiser l'utilité.

On peut aussi baser sur une maximisation de u le choix de l'expérimentation à faire.

La fonction d'utilité est l'unité de référence qui va nous servir à régler tous nos choix et toutes nos décisions. Une fois ces éléments définis, on va suivre un raisonnement systèmatique à l'intérieur d'une phase que l'on peut schématiser de la manière suivante :

- On dispose au début de cette phase de la distribution a priori de Θ , c'est-à- dire $P_{\theta/z}$ de la phase précédente, de la fonction d'utilité $u(e,z,a,\theta)$ et de la distribution $P_{z/e}$.

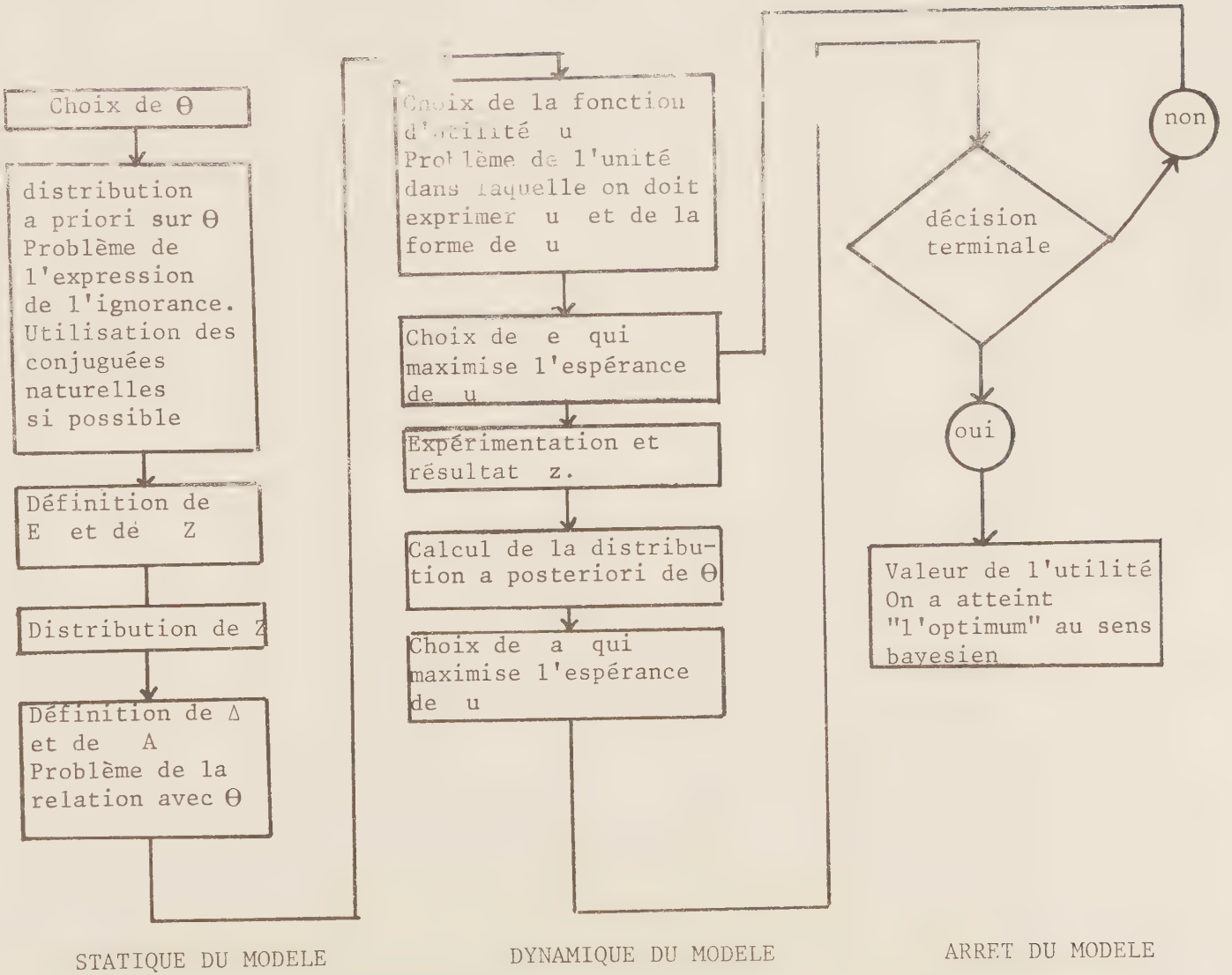
- On adopte comme principe d'optimisation la maximisation de l'espérance mathématique de u dans les différents cas possibles.

- On détermine d'abord l'expérience à faire. D'après le principe de maximisation de l'espérance mathématique de u, l'expérience optimale est celle qui va maximiser la quantité

$$u^*(e) = E_z \left(\max_{a \in A} \left[E_{\theta/z} \; u(e, z, a, \theta) \right] \right)$$

FIGURE 5

GUIDE DE CONSTRUCTION D'UN MODELE SEQUENTIEL BAYESIEN



- On exécute alors l'expérience ainsi déterminée, ce qui donne le résultat z.

- On calcule la distribution a posteriori $P_{\theta/z}$.

- On se pose la question : "Doit-on continuer par une autre expérimentation ou s'arrêter ?". Dans le cas où on décide de s'arrêter, il faut également prendre une décision terminale. De toute façon , en vertu du même principe d'optimisation, il faut choisir pour a la valeur qui maximise la quantité $u(a) = E_{\theta/z}\ u(e, z, a, \theta)$ avec pour z et e les valeurs respectives du résultat et de l'expérimentation de la phase qui se termine ainsi.

La figure 5 résume ce que nous venons de dire sur la construction d'un modèle Bayésien.

Ces présentations terminent la section que nous venons de voir sur les définitions des variables et paramètres d'une modélisation stochastique.

Une mise en oeuvre des notions que l'on vient de discuter dans le cadre du diagnostic médical a été faite en [25]. On y voit comment les problèmes particuliers du domaine d'application viennent agir sur le formalisme proposé. Signalons également les travaux de Faverge (voir [31]) pour essayer d'adapter ces notions aux théories de l'apprentissage.

2. - CALCULS ET DERIVATIONS MATHEMATIQUES.

Nous en sommes arrivés au point où le modèle qui nous occupe est formalisé et où nous devons en tirer des formules et des équations liant les variables aléatoires et les paramètres. Cette étape est importante,car c'est en fonction de ces calculs et de l'expérimentation qui s'ensuivra que l'on va pouvoir estimer les paramètres et évaluer la qualité plus ou moins grande du modèle.

Le but essentiel des calculs est d'exprimer les variables observables en fonction des paramètres.

En effet, c'est seulement sur les variables observables que l'expérimentation peut nous donner des résultats. On peut définir de très nombreuses variables observables, mais seules quelques unes d'entre elles pourront se prêter à des calculs simples. C'est sur ces variables là que devra se concentrer le maximum d'efforts et d'analyses. D'une manière générale, nous avons vu dans l'introduction les variables observables qui sont les caractéristiques les plus fréquemment analysées des processus stochastiques.

Nous allons appliquer immédiatement ces concepts aux modèles d'apprentissage à temps continu que nous avons définis dans la section précédente. Pour cela, nous dériverons des axiomes, les équations fondamentales qui gouvernent les processus $\{ X(t) ; t \geq 0 \}$, $\{ N_1(t) ; t \geq 0 \}$, $\{ \Delta(t) ; t \geq 0 \}$, et $\{ Z(t) ; t \geq 0 \}$.

Puis, en nous basant sur l'étude des fonctions moyenne des processus $\{ X(t) ; t \geq 0 \}$ et $\{ N_1(t) ; t \geq 0 \}$, nous dériverons des équations fondamentales un système matriciel d'équations différentielles linéaires se rapportant au vecteur moyenne $v(t)$ du vecteur aléatoire $V(t) = \begin{pmatrix} X(t) \\ N_1(t) \end{pmatrix}$. La solution de ce système nous donnera le premier théorème sur l'évolution du processus de réponse dans les modèles

dont il est question. Un autre théorème concernant la nature du processus $\{ \Delta (t) ; t \geq 0 \}$ viendra compléter l'analyse du phénomène étudié.

Nous avons vu que les chaines de probabilités conditionnelles étaient l'une des caractéristiques essentielles de l'étude des processus. Ceci sera illustré dans un autre paragraphe par le calcul des probabilités conditionnelles de réponse au temps t, étant donné qu'un stimulus d'un certain type est présenté à un temps t_1 antérieur à t : ceci concerne les probabilités conditionnelles du premier ordre. Un exemple concernant les probabilités conditionnelles du deuxième ordre sera développé seulement dans le cas du modèle à un élément, pour éviter des calculs trop laborieux. Les résultats correspondants constitueront respectivement les théorèmes 3 et 4 relatifs aux modèles développés.

Toujours dans l'optique des dérivations mathématiques que l'on peut faire à partir de l'axiomatique mise en place, et qui se rapportent aux caractéristiques utiles des processus étudiés, nous calculerons ensuite la distribution asymptotique de la durée de vie en excès du processus de réponse. Le résultat correspondant sera énoncé sous forme d'un théorème valable pour le modèle à N éléments, non contingent, à temps continu, pour lequel les renforcements sont donnés selon un processus de Poisson de paramètre μ. Enfin, notre attention se tournera vers la distribution d'une variable aléatoire observable importante : celle du nombre de changements dans le processus de réponse qui ont lieu entre deux renforcements consécutifs. Cela constituera le théorème 6. Ces calculs et dérivations illustreront bien le point de vue du calcul des caractéristiques des processus stochastiques qui sont à la base des modèles étudiés. On aura montré ainsi comment il faut s'y prendre pour calculer le plus grand nombre possible de distributions de variables aléatoires observables, de manière à amorcer les étapes suivantes de la modélisation, c'est-à-dire l'estimation et le contrôle de validité du modèle.

A - Equations fondamentales du modèle à temps continu, à N éléments, simplement contingent, et à renforcements donnés selon un processus de Poisson.

Entre les temps t et t + dt, trois types d'évènements peuvent arriver. Nous allons analyser chacun de ces évènements et en tirer les conséquences à partir des axiomes développés dans la première section.

L'axiome E_2 nous indique qu'avec la probabilité λ dt un nouvel échantillonnage de l'élément qui est responsable de la réponse arrive. Ceci entraîne les conséquences suivantes :

Pas de changement dans le conditionnement des éléments, c'est-à-dire $Z(t + dt) = Z(t)$; l'élément échantillonné au temps t + dt a été tiré avec la probabilité $\frac{1}{N}$ de l'ensemble de tous les éléments (axiome E_3), c'est-à-dire $\Delta(t + dt) = \Theta$; la nouvelle réponse au temps t + dt, (axiome R_1) est donnée par :

$$X(t + dt) = Z'(t + dt) \cdot \Delta(t + dt) = Z'(t) \cdot \Theta ;$$

le nombre d'éléments conditionné à A_1 ne change pas (axiome C_3) c'est-à-dire :

$$N_1(t + dt) = Z'(t + dt) \cdot J = Z'(t) \cdot J = N_1(t).$$

Comme nous nous plaçons dans le cadre du modèle où les renforcements sont donnés selon un processus de Poisson d'intensité μ, un nouveau renforcement peut arriver entre les instants t et t + dt avec la probabilité μ dt. Par conséquent, avec la probabilité c (axiome C_4), l'élément échantillonné devient conditionné à la réponse renforcée, c'est-à-dire :

$$X(t + dt) = Z'(t + dt) \cdot \Delta(t + dt) = \begin{cases} \in (t + dt) \text{ avec la prob. } c \\ Z'(t) \cdot \Delta(t) = X(t) \text{ avec la probabilité } 1 - c. \end{cases}$$

A - Equations fondamentales du modèle à temps continu, à N éléments, simplement contingent, et à renforcements donnés selon un processus de Poisson.

Entre les temps t et t + dt, trois types d'évènements peuvent arriver. Nous allons analyser chacun de ces évènements et en tirer les conséquences à partir des axiomes développés dans la première section.

L'axiome E_2 nous indique qu'avec la probabilité λ dt un nouvel échantillonnage de l'élément qui est responsable de la réponse arrive. Ceci entraîne les conséquences suivantes :

Pas de changement dans le conditionnement des éléments, c'est-à-dire $Z(t + dt) = Z(t)$; l'élément échantillonné au temps t + dt a été tiré avec la probabilité $\frac{1}{N}$ de l'ensemble de tous les éléments (axiome E_3), c'est-à-dire $\Delta(t + dt) = \Theta$; la nouvelle réponse au temps t + dt, (axiome R_1) est donnée par :

$$X(t + dt) = Z'(t + dt) \cdot \Delta(t + dt) = Z'(t) \cdot \Theta ;$$

le nombre d'éléments conditionné à A_1 ne change pas (axiome C_3) c'est-à-dire :

$$N_1(t + dt) = Z'(t + dt) \cdot J = Z'(t) \cdot J = N_1(t).$$

Comme nous nous plaçons dans le cadre du modèle où les renforcements sont donnés selon un processus de Poisson d'intensité μ, un nouveau renforcement peut arriver entre les instants t et t + dt avec la probabilité μ dt. Par conséquent, avec la probabilité c (axiome C_4), l'élément échantillonné devient conditionné à la réponse renforcée, c'est-à-dire :

$$X(t + dt) = Z'(t + dt) \cdot \Delta(t + dt) = \begin{cases} \in (t + dt) \text{ avec la prob. } c \\ Z'(t) \cdot \Delta(t) = X(t) \text{ avec la probabilité } 1 - c. \end{cases}$$

Il n'y a pas de nouvel échantillonnage, c'est-à-dire que l'élément échantillonné au temps $t + dt$ reste le même que celui au temps t, c'est-à-dire : $\Delta (t + dt) = \Delta (t)$; les éléments qui ne sont pas en cours d'échantillonnage ne changent pas leur conditionnement, ce que l'on peut traduire par :

$$Z (t + dt) - \left[Z'(t + dt) \, . \, \Delta (t + dt) \right] \, . \, \Delta (t + dt) = Z (t) - \left[Z'(t) . \, \Delta (t) \right] . \, \Delta (t)$$

Avec la probabilité $1 - \lambda \, dt - \mu \, dt$, rien ne se passe, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} \Delta (t + dt) &= \Delta (t) \\ Z (t + dt) &= Z (t) \\ X (t + dt) &= X (t) \\ N_1(t + dt) &= N_1 (t) \end{aligned}$$

Remarquons que les processus $\{ X (t) ; t \geq 0 \}$ et $\{ N_1 (t) ; t \geq 0 \}$ peuvent s'exprimer à partir des processus $\{ Z (t) ; t \geq 0 \}$ et $\{\Delta (t) ; t \geq 0\}$ par les formules suivantes :

$$(1.2.1.) \qquad \begin{aligned} X (t) &= Z'(t) . \Delta (t) \\ N_1(t) &= Z'(t) \, . \, J \end{aligned}$$

Par combinaison des résultats obtenus dans les trois cas possibles, il apparaît immédiatement que :

$$(1.2.2.) \qquad \Delta (t + dt) = \begin{cases} \Theta & \text{avec la probabilité } \lambda \, dt \\ \Delta (t) & \text{avec la probabilité } 1 - \lambda \, dt \end{cases}$$

et que

$$(1.2.3.) \quad X(t+dt) = \begin{cases} Z'(t).\ \Theta & \text{avec la probabilité } \lambda\, dt \\ \in (t+dt) & \text{avec la probabilité } \mu\, c\, dt \\ X(t) & \text{avec la probabilité } 1-\lambda\, dt-\mu c\, dt \end{cases}$$

puisque nous sommes dans le cas simplement contingent, on obtient :

$$\epsilon(t+dt) = \begin{cases} \begin{cases} 1 & \text{avec la probabilité } \pi_1 \\ 0 & \text{avec la probabilité } 1-\pi_1 \end{cases} & \text{si } X(t) = 1 \\ \begin{cases} 1 & \text{avec la probabilité } 1-\pi_2 \\ 0 & \text{avec la probabilité } \pi_2 \end{cases} & \text{si } X(t) = 0 \end{cases}$$

c'est-à-dire

$$(1.2.4.) \quad \epsilon(t+dt) = \begin{cases} X(t) & \text{avec la probabilité } \pi_1 X(t) + \pi_2 \left[1 - X(t)\right] \\ 1 - X(t) & \text{avec la probabilité } (1-\pi_1)X(t) + (1-\pi_2)\left[1 - X(t)\right] \end{cases}$$

Ainsi donc :

$$(1.2.5.) \quad X(t+dt) = \begin{cases} Z'(t).\ \Theta & \text{avec la probabilité } \lambda\, dt \\ X(t) & \text{avec la probabilité } 1 - \lambda\, dt + \mu c\, dt \left[\pi_1 X(t) + \pi_2 (1 - X(t))\right] - \mu c\, dt \\ 1 - X(t) & \text{avec la probabilité } \mu c\, dt \left[1 - \pi_1 X(t) + (1-\pi_2)(1 - X(t))\right] \end{cases}$$

Un calcul analogue aux précédents montre que :

$$(1.2.6.) \quad Z(t+dt) = \begin{cases} Z(t) & \text{avec la probabilité } 1 - \mu dt \\ Z(t) + \varphi(t).\ \Delta(t) & \text{avec la probabilité } \mu dt \end{cases}$$

dans lequel :

$\varphi(t)$ est la variable aléatoire auxiliaire:

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 & \text{avec la probabilité } c(1-\pi_2)\left[1 - X(t)\right] \\ 0 & \text{avec la probabilité } c(\pi_1 - \pi_2)\, X(t) + (1 - c + c\pi_2) \\ -1 & \text{avec la probabilité } c(1-\pi_1).\ X(t) \end{cases}$$

Par application de (1.2.6) à (1.2.1.) , on obtient :

$$N_1(t+dt) = J'.\ Z(t+dt) = \begin{cases} J'.\ Z(t) = N_1(t) & \text{avec la prob. } 1 - \mu dt \\ J'.\ Z(t) + \varphi(t)\ J'.\ \Delta(t) & \text{avec la prob. } \mu dt \end{cases}$$

or

$$J'.\ \Delta(t) = \sum_{i=1}^{N} \Delta_i(t) = 1 \text{ pour tous les } t \geq 0$$

donc

$$N_1(t+dt) = \begin{cases} N_1(t) & \text{avec la probabilité } 1 - \mu dt \\ N_1(t) + \varphi(t) & \text{avec la probabilité } \mu dt \end{cases}$$

Par définition de la variable aléatoire φ (t), nous obtenons finalement :

$$(1.2.7.) \qquad N_1 (t + dt) = \begin{cases} N_1 (t) - 1 & \text{avec la probabilité } \mu dt.\ c\ (1 - \pi_1)\ .\ X\ (t) \\ N_1 (t) & \text{avec la probabilité } 1 - \mu dt + \mu dt.\ \left[c\ (\pi_1 - \pi_2)\ X\ (t) + (1 - c + c\ \pi_2)\right] \\ N_1 (t) + 1 & \text{avec la probabilité } \mu dt\ .\ c(1 - \pi_2)\ \left[1 - X\ (t)\right] \end{cases}$$

Lemme 1 sur les équations fondamentales du processus stochastique à temps continu, à N éléments, simplement contingent, avec des renforcements donnés selon un processus de Poisson :

Les formules (1.2.2.), (1.2.5.), (1.2.6.), (1.2.7.) représentent les équations fondamentales du modèle d'apprentissage à temps continu, à N stimuli, simplement contingent, et à renforcements de type Poisson, en ce qui concerne les processus :

$\{ \Delta (t) ; t \geq 0 \}$, $\{ X (t) ; t \geq 0 \}$, et

$\{ Z (t) ; t \geq 0 \}$ et $\{ N_1 (t) ; t \geq 0 \}$

Nous allons tirer de ce lemme les deux théorèmes concernant le processus $\{ \Delta (t) ; t \geq 0 \}$ et le vecteur moyenne $v (t)$ du processus $\{ V (t) ; t \geq 0 \}$.

Théorème 1

Dans le modèle considéré, le processus $\{ \Delta (t) ; t \geq 0 \}$ est un processus de Markov homogène, avec un espace de paramètre continu et un espace les états discrets, dont les transitions sont données par :

$$\left[\Delta (t_1) / \Delta (t_0) \right] = \begin{cases} \Delta (t_0) & \text{avec la probabilité } e^{-\lambda (t_1 - t_0)} \\ \Theta & \text{avec la probabilité } 1 - e^{-\lambda (t_1 - t_0)} \end{cases}$$

pour tous les temps $0 \leq t_0 \leq t_1$.

Démonstration : soit $0 < t_1 < t_2 < t_3 \ldots\ldots < t_{k+1}$

Etant donné les valeurs $\Delta (t_1) \ldots\ldots \Delta (t_k)$, on veut déterminer la distribution de $\Delta(t_{k+1})$, c'est-à-dire les valeurs de

$J \left[\Delta (t_{k+1}) / \Delta (t_k) , \Delta (t_{k-1}), \ldots, \Delta (t_1) \right]$; la notation J (U/V) se refère à la distribution conditionnelle de la variable aléatoire U, étant donné la variable aléatoire V.

Entre les instants t_k et t_{k+1}, un nouvel échantillonnage arrive avec la probabilité $1 - e^{-\lambda (t_{k+1} - t_k)}$, ce qui entraîne $\Delta(t_{k+1}) = \Theta$ (voir [11] où on montre comment ce résultat se déduit de (1.2.2.)).

Dans les deux autres cas, on a évidemment :

$$\Delta (t_{k+1}) = \Delta (t_k)$$

Par combinaison de ces résultats, on obtient :

$$J\left[\Delta(t_{k+1}) / \Delta(t_k),\ldots,\Delta(t_1)\right] = \begin{cases} \Delta(t_k) & \text{avec la probabilité } e^{-\lambda(t_{k+1}-t_k)} \\ \Theta & \text{avec la probabilité } 1-e^{-\lambda(t_{k+1}-t_k)} \end{cases}$$

ce qui démontre le théorème 1, par définition même d'un processus de Markov homogène (voir [17] et [33]).

Théorème 2.

Le vecteur moyenne $v(t)$ du vecteur $V(t) = \begin{pmatrix} X(t) \\ N_1(t) \end{pmatrix}$

dans le modèle considéré, est la solution du système différentiel linéaire:

$$\frac{d\,v(t)}{dt} = A\ v(t) + B, \text{ dans lequel}$$

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu c\ (\pi_1 + \pi_2 - 2) - \lambda & \frac{\lambda}{N} \\ \mu c\ (\pi_1 + \pi_2 - 2) & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} \mu c\ (1 - \pi_2) \\ \mu c\ (1 - \pi_2) \end{pmatrix}$$

cette solution est donnée par la formule (1.2.8.).

Démonstration : A partir du lemme précédent sur les équations fondamentales et par application répétée de la formule des espérances mathématiques conditionnelles (voir [49]) ;

$$E_y \{ E (X/Y)\} = E \{ X \} \text{ , on obtient :}$$

$$E \{ X (t + dt) / \Theta , Z (t), X (t) \} = \lambda dt (Z' (t). \Theta)$$

$$\left[1 - \lambda dt - \mu c dt + \mu c dt (\pi_1 X (t) + \pi_2 (1 - X (t))\right] . X (t)$$

$$\left[1 - X (t)\right] \mu c dt \left[(1 - \pi_1) X (t) + (1 - \pi_2) (1 - X (t))\right]$$

$$E \{ X (t + dt) / \Theta , Z (t) \} = E_{X(t)} \{ X (t + dt) / \Theta , Z (t), X (t)\}$$

$$= \lambda dt (Z' (t). \Theta) + (1 - \lambda dt - \mu c dt + \mu c \pi_2 dt) x_1 (t) + \mu c dt (\pi_1 - \pi_2)$$
$$E \{ X^2 (t)\}$$

$$+ \mu c dt (1 - \pi_1) E \{ X (t) - X^2(t)\} + \mu c dt (1 - \pi_2) E\{ 1 - 2 X (t) + X^2 (t)\}$$

or, la définition de $X (t)$ implique que :

$$X (t) = X^2(t) \text{ et que } E \{ X (t)\} = E \{ X^2(t)\} = x_1(t)$$

donc :

$$E \{ X (t + dt) / \Theta , Z (t) \} = \left[1 - \lambda dt - \mu c dt (2 - \pi_1 - \pi_2)\right] x_1 (t) + \lambda dt$$

$$(Z' (t). \Theta) + \mu c (1 - \pi_2) dt$$

De nouveau on utilise la formule sur les espérances conditionnelles :

$$E\{X(t+dt) / Z(t)\} = E_{\Theta}\{X(t+dt) / Z(t), \Theta\}$$

$$= \left[1 - \lambda dt - \mu c dt (2 - \pi_1 - \pi_2)\right] x_1(t) + \lambda dt - \left[Z'(t).E\{\Theta\}\right] + \mu c (1 - \pi_2) dt$$

mais

$$E\{\Theta\} = \frac{1}{N} . J, \text{ et } Z'(t) . J = N_1(t)$$

Donc :

$$E\{X(t+dt) / Z(t)\} = \left[1 - \lambda dt - \mu c dt (2 - \pi_1 - \pi_2)\right] x_1(t) + \frac{\lambda}{N} N_1(t) dt + \mu c (1 - \pi_2) dt$$

une fois encore, par utilisation de la formule des espérances conditionnelles :

$$E\{X(t+dt)\} = E_{Z(t)}\{X(t+dt) / Z(t)\}$$

$$x_1(t+dt) = \left[1 - \lambda dt - \mu c dt (2 - \pi_1 - \pi_2)\right] x_1(t) + \frac{\lambda dt}{N} n_1(t) - \mu c (1 - \pi_2) dt$$

puisque par définition, on a :

$$E\{N_1(t)\} = n_1(t) \quad \text{et} \quad E\{X(t+dt)\} = x_1(t+dt)$$

On tire de là :

$$\frac{x_1(t+dt) - x_1(t)}{dt} = -\left[\lambda + \mu c (2 - \pi_1 - \pi_2)\right] x_1(t) + \frac{\lambda}{N} n_1(t) + \mu c (1 - \pi_2)$$

Faisons tendre $dt \longrightarrow 0$, on obtient :

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -\left[\lambda + \mu c\,(2 - \pi_1 - \pi_2)\right] \cdot x_1(t) + \frac{\lambda}{N} n_1(t) + \mu c\,(1 - \pi_2)$$

Par un calcul analogue, la deuxième relation entre $x_1(t)$ et $n_1(t)$ est tirée de (1.2.7.) par application de la formule des espérances conditionnelles.

Ceci donne :

$$\frac{dn_1(t)}{dt} = -\mu c\,(2 - \pi_1 - \pi_2) \cdot x_1(t) + \mu c\,(1 - \pi_2)$$

soit encore :

$$\frac{dv(t)}{dt} = A\ v(t) + B \qquad \text{dans lequel}$$

$$A = \begin{pmatrix} -\lambda + \mu c\,(\pi_1 + \pi_2 - 2) & \frac{\lambda}{N} \\ \mu c\,(\pi_1 + \pi_2 - 2) & 0 \end{pmatrix}$$

et

$$B = \begin{pmatrix} \mu c\,(1 - \pi_2) \\ \mu c\,(1 - \pi_2) \end{pmatrix}$$

Corollaire 1

La solution du système décrit dans le théorème 2 est :

$$(1.2.8) \qquad x_1(t) = \frac{1-\pi_2}{1-\pi_1+1-\pi_2} + k_1 e^{S_1 t} + k_2 e^{S_2 t}$$

$$\frac{n_1(t)}{N} = \frac{1-\pi_2}{1-\pi_1+1-\pi_2} + k_1\left[1 + \frac{S_1}{\lambda} + \frac{\mu c}{\lambda}(2-\pi_1-\pi_2)\right] e^{s_1 t} + k_2\left[1 + \frac{S_2}{\lambda} + \frac{\mu c}{\lambda}(2-\pi_1-\pi_2)\right] e^{s_2 t}$$

dans lequel

$$S_1 = -\frac{\lambda + \mu c\,(2-\pi_1-\pi_2)}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\left[\lambda + \mu c\,(2-\pi_1-\pi_2)\right]^2 - \frac{4\lambda\mu c}{N}(2-\pi_1-\pi_2)}$$

$$S_2 = -\frac{\lambda + \mu c\,(2-\pi_1-\pi_2)}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\left[\lambda + \mu c\,(2-\pi_1-\pi_2)\right]^2 - \frac{4\lambda\mu c}{N}(2-\pi_1-\pi_2)}$$

$$k_1 = \frac{\left[\lambda + S_2 + \mu c\,(2-\pi_1-\pi_2)\right] x_1(o) - \lambda\frac{n_1(o)}{N} + S_1 + \lambda\left[\frac{1-\pi_2}{1-\pi_1+1-\pi_2}\right]}{S_2 - S_1}$$

$$k_2 = \frac{\left[\lambda + S_1 + \mu c\,(2-\pi_1-\pi_2)\right] x_1(o) - \lambda\frac{n_1(o)}{N} - \left[S_1 + \mu c\,(2-\pi_1-\pi_2)\right]\frac{1-\pi_2}{1-\pi_1+1-\pi_2}}{S_1 - S_2}$$

Pour les détails de calcul, on peut se referer à [11].

A partir de là, on obtient facilement les résultats dans le cas du modèle non contingent (en faisant $\pi_1 = 1 - \pi_2 = \pi$ dans les résultats précédents) et dans le cas du modèle à 1 élément (en faisant $N = 1$).

Corollaire 2

Modèle à 1 élément

$$(1.2.9.) \qquad x_1(t) = \frac{1 - \pi_2}{1 - \pi_1 + 1 - \pi_2} + \left[x_1(o) - \frac{1 - \pi_2}{1 - \pi_1 + 1 - \pi_2} \right] e^{- \mu c (2 - \pi_1 - \pi_2) t}$$

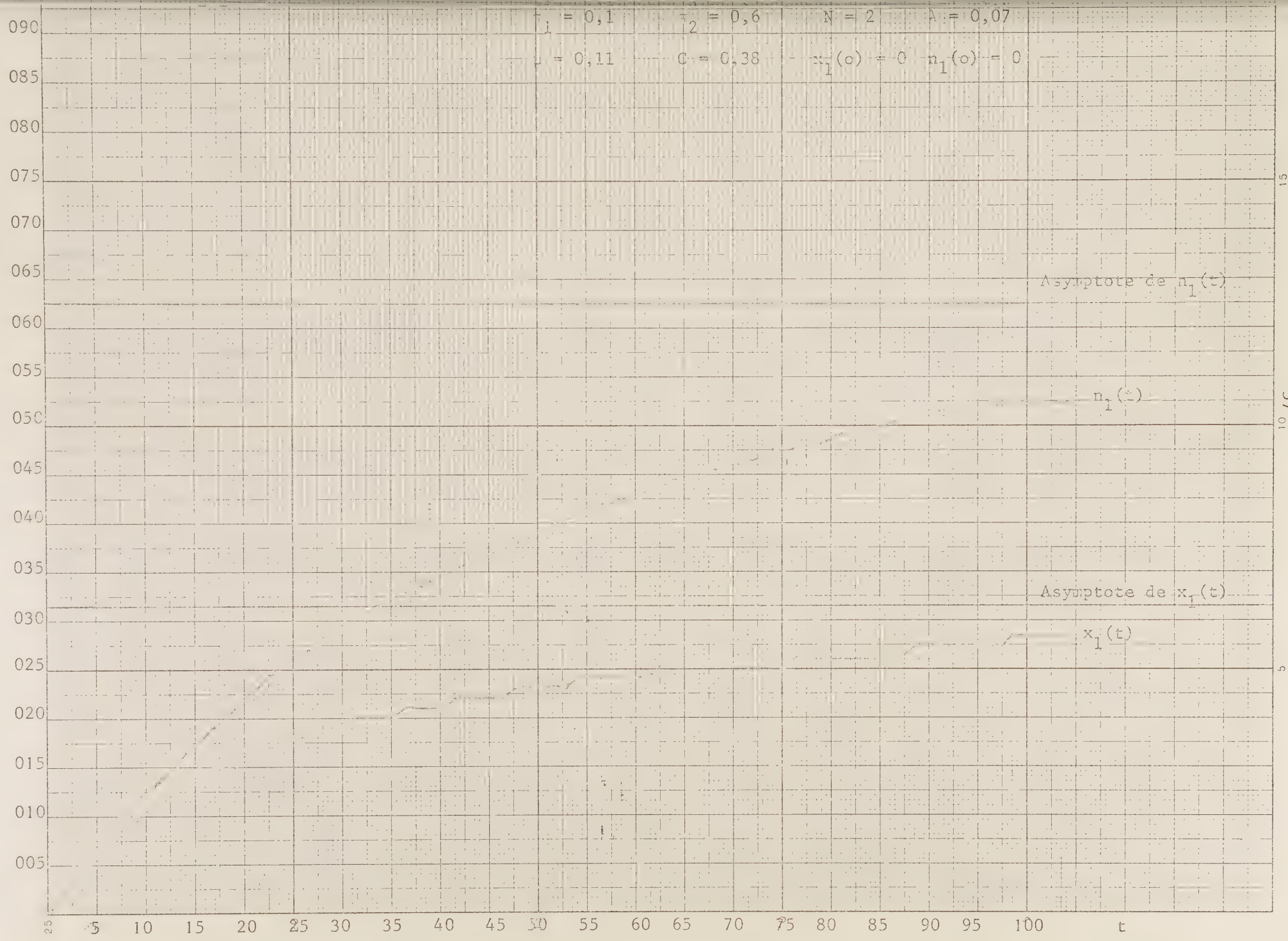
Corollaire 3

Pour le modèle non contingent, on obtient :

$$(1.2.10.) \qquad x_1(t) = \pi + k_1 e^{m_1 t} + k_2 e^{m_2 t}$$

$$\frac{n_1(t)}{N} = \pi + \frac{k_1 (m_1 + \lambda + \mu c)}{\lambda} e^{m_1 t} + \frac{k_2 (m_2 + \lambda + \mu c)}{\lambda} e^{m_2 t}$$

$$= \pi - \frac{k_1 m_2}{\lambda} e^{m_1 t} - \frac{k_2 m_1}{\lambda} e^{m_2 t}$$


$\tau_1 = 0,1$ $\tau_2 = 0,6$ $N = 2$ $\lambda = 0,07$
$\mu = 0,11$ $C = 0,38$ $x_1(o) = 0$ $n_1(o) = 0$
Asymptote de $n_1(t)$
$n_1(t)$
Asymptote de $x_1(t)$
$x_1(t)$
090
085
080
075
070
065
060
055
050
045
040
035
030
025
020
015
010
005
25
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
70
75
80
85
90
95
100
t

avec :

$$m_1 = -\frac{\lambda + \mu c}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\lambda + \mu c)^2 - \frac{4\lambda\mu c}{N}}$$

$$m_2 = -\frac{\lambda + \mu c}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\lambda + \mu c)^2 - \frac{4\lambda\mu c}{N}}$$

et :

$$k_1 = \frac{\lambda \frac{n_1(o)}{N} - (m_2 + \lambda + \mu c)\ x_1(o) + (m_2 + \mu c)\ \pi}{m_1 - m_2}$$

$$k_2 = \frac{\lambda \frac{n_1(o)}{N} - (m_1 + \lambda + \mu c)\ x_1(o) + (m_1 + \mu c)\ \pi}{m_2 - m_1}$$

Remarque : On peut démontrer (voir [11]) que S_1 et S_2 sont toujours réels et ont des valeurs comprises entre - 1 et 0, ainsi que m_1 et m_2, ce qui montre bien que l'on converge à l'asymptote lorsque $t \to + \infty$.

La figure 6 donne un exemple de courbes $x_1(t)$ et $n_1(t)$ théoriques.

L'annexe I-3 donne le programme et les résultats correspondants.

B - Chaînes conditionnelles du premier ordre et du deuxième ordre sur les processus de réponse et de renforcement.

Nous pouvons maintenant discuter les propriétés séquentielles des processus décrits par le modèle à N éléments et à temps continu. Il y a de nombreuses raisons qui font que l'on souhaite les prendre en considération.

Tout d'abord les prédictions séquentielles, quand elles sont vérifiées par les expériences, constituent généralement un test plus valable du modèle que des résultats sur la moyenne. Puis, les différences qui existent entre les modèles à temps discret et ceux à temps continu deviennent de plus en plus nettes au fur et à mesure que l'on va plus au fond dans l'analyse des effets séquentiels.

Enfin, dans SUPPES et ATKINSON (voir [66]),les méthodes d'estimation proposées prennent en compte des quantités du type :

$$\lim_{n \to \infty} P\left(A_{1,\, n+1} / E_{1,n}\right) \quad \text{et} \quad \lim_{n \to \infty} \left(A_{2,\, n+1} / E_{2,n}\right)$$

Il serait utile de déterminer des quantités équivalentes dans le cas du modèle à temps continu.

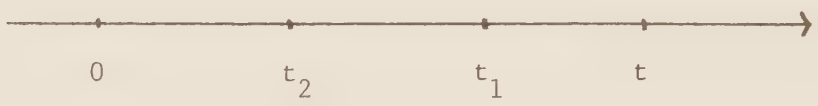
Pour toutes ces raisons, nous allons nous intéresser aux chaînes de probabilités conditionnelles du premier ordre et du deuxième ordre d'évènements de type $A_{i,t}$ (pour $i = 1, 2$) lorsqu'ils sont précédés soit par des évènements du type $E_{j,\, t_1}$ (pour $j = 1, 2$ et $0 < t_1 < t$), soit par des conjonctions d'évènements du type $A_{k,\, t_2} \; E_{j,\, t_1}$ (pour $j, k = 1, 2$) et $0 < t_2 < t_1 < t$).

En d'autres termes, nous voulons déterminer la valeur des quantités du type :

$$P\ (A_{i,t}\ /\ E_j,\ t_1) \qquad \text{et} \qquad P\ (A_{i,t}\ /\ E_j,\ t_1 \quad A_k,\ t_2)$$

Avant de rentrer dans le détail des calculs, essayons de présenter une vue d'ensemble de la succession des calculs à effectuer.

Soit un axe du temps, sur lequel on marque les points d'abscisses t, t_1, t_2.



L'idée qui vient immédiatement à l'esprit est de calculer ce qui se passe dans chaque intervalle de temps représenté, puis de faire les calculs intermédiaires aux points de jonction. Ainsi, si l'on veut prédire la réponse au temps t, sachant quel a été le renforcement au temps t_1, on peut utiliser le corollaire du théorème 2 appliqué entre le point de départ t_1^+ et le point final t.

On peut le faire, car le système différenciel du théorème 2 peut s'appliquer entre les temps t_1^+ et les temps t.

Ceci conduit au résultat :

$$x_1\ (t) \quad = \frac{1 - \pi_2}{1 - \pi_1 + 1 - \pi_2} + k_1'\ e^{s_1\ (t - t_1^+)} + k_2'\ e^{s_2\ (t - t_1^+)}$$

dans lequel les constances k_1' et k_2' ont la même forme littérale que les constantes k_1 et k_2 du corollaire 1 du théorème 2, mais où les valeurs

x_1 (o) et n_1 (o) de k_1 et k_2 doivent maintenant être remplacées par les valeurs $x_1 (t_1^+)$ et $n_1 (t_1^+)$.

Il nous faut alors déterminer ces dernières en sachant qu'un renforcement est arrivé au temps t_1.

Pour cela, rappelons ici la définition des variables aléatoires $Y(t)$ et $\epsilon(t)$.

$$Y(t) = \begin{cases} 1 & \text{si, au temps t un renforcement est donné} \\ 0 & \text{si, au temps t aucun renforcement n'a été donné.} \end{cases}$$

$$\epsilon(t) = \begin{cases} 1 & \text{si, un renforcement } e_1 \text{ est donné au temps t} \\ 0 & \text{si, un renforcement } e_2 \text{ est donné au temps t} \end{cases}$$

A partir des axiomes, on peut tirer les égalités suivantes :

$$P \{ A_{1,t}^+ / A_{1,t} \ , \ Y(t) = 1, \ \epsilon(t) = 1 \} = 1$$

$$P \{ A_{1,t}^+ / A_{1,t} \ , \ Y(t) = 1, \ \epsilon(t) = 0 \} = 1 - c$$

$$P \{ A_{1,t}^+ / A_{2,t} \ , \ Y(t) = 1, \ \epsilon(t) = 1 \} = c$$

$$P \{ A_{1,t}^+ / A_{2,t} \ , \ Y(t) = 1, \ \epsilon(t) = 0 \} = 0$$

En combinant ces résultats, on obtient :

$$P\{ A_{1,t}^{+} / Y(t) = 1, \epsilon(t) = 1 \} = P\{ A_{1,t} / Y(t) = 1, \epsilon(t) = 1 \} . P\{ A_{1,t} \}$$

$$+ P\{ A_{1,t}^{+} / A_{2,t}, Y(t) = 1, \epsilon(t) = 1 \} . P\{ A_{2,t} \}$$

$$= 1 . x_1(t) + c . \left[1 - x_1(t)\right]$$

$$= (1 - c)\, x_1(t) + c$$

De même :

$$P\{ A_{1,t}^{+} / Y(t) = 1, \epsilon(t) = 0 \} = (1 - c) - x_1(t) + 0 . (1 - x_1(t)) =$$

$$(1 - c) . x_1(t)$$

On peut résumer les calculs précédents par la formule :

(1.2.11.) $$P\{ A_{1,t}^{+} / Y(t) = 1, \epsilon(t) \} = (1 - c) . x_1(t) + \epsilon(t) . c$$

On peut aller plus loin dans les calculs sachant que $Y(t) = 1$, mais ne connaissant pas le côté du renforcement, on peut écrire :

$$P\{ A_{1,t}^{+} / Y(t) = 1 \} = P\{ A_{1,t}^{+} / Y(t) = 1, \epsilon(t) = 1 \} . P\{\epsilon(t) = 1 \}$$

$$+ P\{ A_{1,t}^{+} / Y(t) = 1, \epsilon(t) = 0 \} . P\{\epsilon(t) = 0 \}$$

$$= \left[(1-c) . x_1(t) + c\right] . P\{ \epsilon(t) = 1 \}$$

$$+ (1-c) . x_1(t) . P\{ \epsilon(t) = 0 \}$$

$$= (1-c) . x_1(t) + c . P\{ \epsilon(t) = 1 \}$$

$$= (1 - c)\, x_1(t) + c \left[\pi_1 \cdot x_1(t) + (1 - \pi_2)\,(1 - x_1(t)) \right]$$

$$= \left[1 - c + c\,\pi_1 - c\,(1 - \pi_2) \right] \cdot x_1(t) + c\,(1 - \pi_2)$$

$$= \left[1 - c\,(2 - \pi_1 - \pi_2) \right] \cdot x_1(t) + c\,(1 - \pi_2)$$

Ce qui donne comme résultat :

$$(1.2.12.) \qquad P\{ A_{1,t}^{+} / Y(t) = 1 \} = \left[1 - c\,(2 - \pi_1 - \pi_2) \right] x_1(t) + c\,(1 - \pi_2)$$

Les formules (1.2.11.) et (1.2.12.) décrivent ce qui se passe pour le processus de réponse quand un renforcement est donné. Elles sont utiles puisqu'elles se refèrent à un processus observable. Toutefois, pour que la théorie soit complète, nous souhaiterions obtenir le même genre de relation pour le processus aléatoire:

$$\{ N_1(t) ; \; t \geq 0 \}.$$

On peut le faire à partir des formules précédentes. En effet, d'après les axiomes C_2 et C_3, le nombre de stimuli conditionnés à A_1 ne peut changer que si un renforcement arrive au temps t, ce qui s'exprime par $N_1(t^+) - N_1(t) = X(t^+) - X(t)$ si $Y(t) = 1$.

Par application de la formule (1.2.12.) à la relation

$N_1(t^+) = N_1(t) + X(t^+) - X(t)$, on obtient

$$E\{ N_1(t^+) / Y(t) = 1 \} = E\{ N_1(t) \} + E\{ X(t^+) - X(t) / Y(t) = 1 \}$$

$$= n_1(t) + \left[- c\,(2 - \pi_1 - \pi_2)\, x_1(t) + c\,(1 - \pi_2) \right]$$

En outre, si l'on connait le côté où le renforcement a été donné, on peut utiliser (1.2.11.) pour obtenir l'égalité suivante :

$$E \{ N_1 (t^+) / Y (t) = 1, \epsilon (t) \} = n_1 (t) - c. x_1 (t) + c . \epsilon (t)$$

Toute la discussion précédente peut être résumée par le lemme suivant :

Lemme 2

Quand un renforcement arrive au temps t, les changements dans le processus de réponse et dans la distribution des stimuli sont donnés par les formules :

$$P \{ A_{1,t}^+ / Y (t) = 1, \epsilon (t) \} = (1 - c) . x_1 (t) + c. \epsilon (t)$$

$$E \{ N_1 (t^+) / Y (t) = 1, \epsilon (t) \} = n_1 (t) - c. x_1 (t) + c . \epsilon (t)$$

Si l'on connaît le côté où le renforcement a été donné , ces formules deviennent :

$$P \{ A_{1,t}^+ / Y (t) = 1 \} = \left[1 - c (1 - \pi_1 - \pi_2)\right] . x_1 (t) + c (1 - \pi_2)$$

$$E \{ N_1 (t^+) / Y (t) = 1\} = n_1 (t) - c (2 - \pi_1 - \pi_2) . x_1 (t) + c (1 - \pi_2)$$

Si l'on ne connaît pas le côté où le renforcement a été donné.

Compte tenu des axiomes d'échantillonnage, il est souhaitable d'avoir également les résultats sur les changements de réponse qui sont dûs à un nouvel échantillonnage de stimulus. Dans le cas ou un changement de réponse prend place effectivement au temps t, on peut écrire :

$$X (t^+) = 1 - X (t) \qquad N (t^+) = N (t),$$

ce qui devient, en prenant les espérances mathématiques des deux côtés :

$$x_1 (t^+) = 1 - x_1 (t) = x_2 (t)$$

$$n_1 (t^+) = n_1 (t)$$

Théorème 3

Dans le modèle à N stimuli, à temps continu, et avec renforcements donnés selon un processus de Poisson nous avons, pour $0 \leq t_1 \leq t$

$$P\left(A_{1,t} / E_{j,t_1}\right) = \frac{1 - \pi_2}{1 - \pi_1 + 1 - \pi_2} + k_1' e^{s_1 (t-t_1)} + k_2' e^{s_2 (t-t_1)}$$

avec

$$k_1' = \frac{\left[\lambda + s_2 + \mu c (2 - \pi_1 - \pi_2)\right] \left[(1-c) x_1 (t_1) + c (2 - j)\right] - \frac{\lambda}{N} \left[n_1(t_1) - c x_1(t_1)\right]}{S_2 - S_1}$$

$$\frac{+ c (2 - j)\Big]}{S_2 - S_1} - \frac{\left[S_2 + \mu c (2 - \pi_1 - \pi_2)\right] \frac{1 - \pi_2}{1 - \pi_1 + 1 - \pi_2}}{S_2 - S_1}$$

$$k_1' = \frac{\left[\lambda + s_1 + \mu c\ (2 - \pi_1 - \pi_2)\right]\ \left[(1 - c)\ x_1\ (t_1) + c\ (2 - j)\right] - \frac{\lambda}{N}\left[n_1(t_1)\right.}{S_1 - S_2}$$

$$\frac{\left. - c x_1\ (t_1) + c\ (2 - j)\right]}{S_1 - S_2} - \frac{\left[s_1 + \mu c\ (2 - \pi_1 - \pi_2)\right] \cdot \frac{1 - \pi_2}{1 - \pi_1 + 1 - \pi_2}}{S_1 - S_2}$$

et $$x_1\ (t_1) = \frac{1 - \pi_2}{1 - \pi_1 + 1 - \pi_2} + k_1\, e^{s_1\ t_1} + k_2\, e^{s_2\ t_1}$$

$$\frac{n_1\ (t_1)}{N} = \frac{1 - \pi_2}{1 - \pi_1 + 1 - \pi_2} + k_1 \left[1 + \frac{s_1}{\lambda} + \frac{\mu c}{\lambda}\ (2 - \pi_1 - \pi_2)\right] e^{s_1\ t_1}$$

$$+ k_2 \left[1 + \frac{s_2}{\lambda} + \frac{\mu c}{\lambda}\ (2 - \pi_1 - \pi_2)\right] e^{s_2\ t_1}$$

dans lequel k_1, k_2, s_1 et s_2 sont donnés par le corollaire 1 du théorème 2.

Démonstration :

La démonstration de ce théorème découle immédiatement du lemme 2 et du corollaire 1 du théorème 1, que nous avons précédemment établis.

On peut également se poser le problème des probabilités conditionnelles du second ordre. On peut dériver ces probabilités de la même manière que pour le premier ordre.

Toutefois, les calculs deviennent extrêmement longs et compliqués, et pour alléger la présentation, on peut essayer d'établir le résultat seulement dans le cas du modèle à 1 élément, ce qui donne le théorème suivant :

Théorème 4

Pour le modèle à temps continu, à 1 élément, avec des renforcements donnés selon un processus de Poisson et avec une règle d'expérimentation simplement contingente, on a :

$$P\{ A_{1,t} / E_{j,t_1} \quad A_{k,t_2} \} = \frac{1 - \pi_2}{1 - \pi_1 + 1 - \pi_2}$$

$$+ \left[(1 - c)\, x_1(t_1) + (2 - j)\, c - \frac{1 - \pi_2}{1 - \pi_1 + 1 - \pi_2}\right] e^{- \mu c\, (2 - \pi_1 - \pi_2)(t - t_1)}$$

dans lequel :

$$x_1(t_1) = \frac{1 - \pi_2}{1 - \pi_1 + 1 - \pi_2}$$

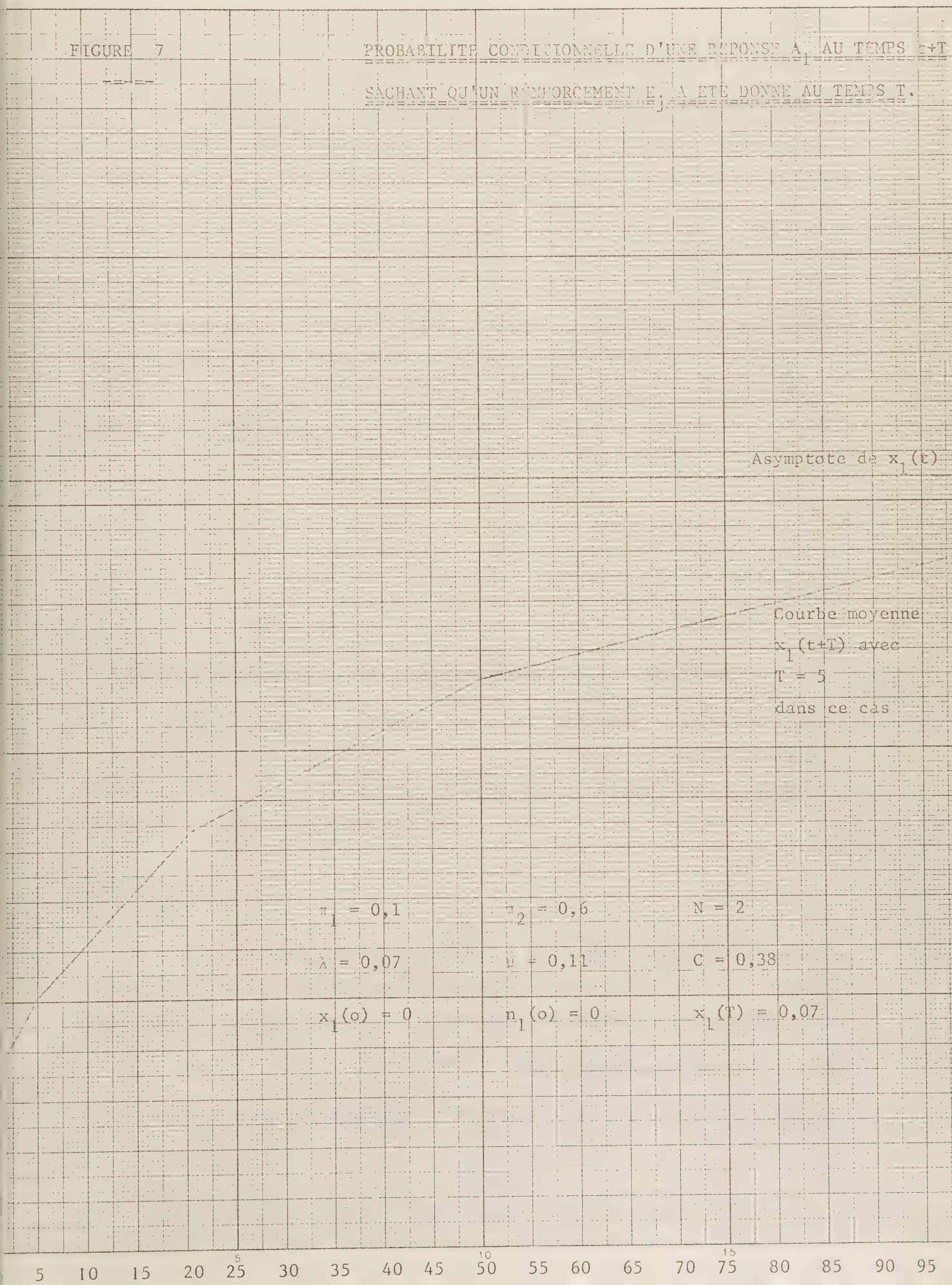
$$+ \left[2 - k - \frac{1 - \pi_2}{1 - \pi_1 + 1 - \pi_2}\right] e^{- \mu c\, (2 - \pi_1 - \pi_2)\, (t_2 - t_1)}$$

avec $0 < t_2 < t_1 < t$

FIGURE 7

PROBABILITE CONDITIONNELLE D'UNE REPONSE A_1 AU TEMPS t+T

SACHANT QU'UN RENFORCEMENT E_j A ETE DONNE AU TEMPS T.



Démonstration :

Ces résultats découlent directement des formules (1.2.11.), (1.2.12.) et du théorème 3, dans lesquelles on fait N = 1 ; il faut toutefois ajouter un étage intermédiaire de calcul pour traiter ce qui se passe entre les temps t_1 et t_2.

Le théorème termine l'exposé sur les calculs relatifs aux chaînes de probabilités conditionnelles du premier et du second ordre. La figure 7 donne un exemple de ces probabilités conditionnelles. L'annexe I-4 donne le programme et les résultats correspondants.

C - Durée de vie moyenne jusqu'au prochain changement de réponse.

Dans l'entrée en matière, nous avons expliqué pourquoi l'étude du comportement asymptotique des processus étudiés présente souvent beaucoup d'importance. C'est pour illustrer ce problème que nous allons maintenant démontrer le théorème suivant :

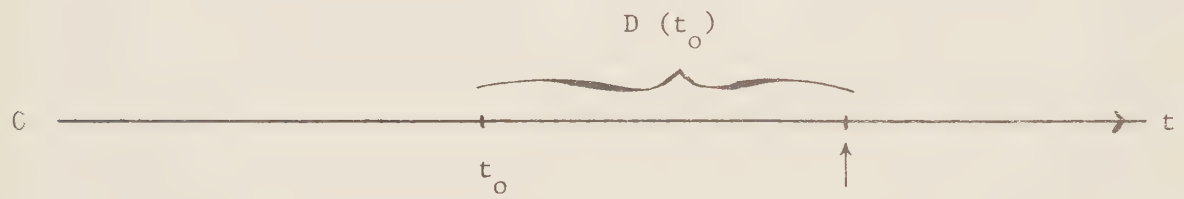
Théorème 5

Dans le modèle à temps continu, à N élément, avec un schéma de renforcement non contingent donné selon un processus de Poisson, la durée de vie en excès à l'asymptote pour le processus de réponse a pour distribution $F(t) = 1 - e^{-2\pi(1-\pi)(\lambda+\mu c)(t-t_o)}$, c'est-à-dire que la durée de vie en excès $D(t_o)$ a une distribution exponentielle de moyenne $\frac{1}{2\pi(1-\pi)(\lambda+\mu c)}$

Démonstration :

Considérons le processus de réponse au temps t_o. A cet instant, la probabilité que la réponse donnée soit A_1 est égale à x_1 (t) (corollaire 1 du théorème 2).

Si t_o est suffisamment grand, c'est-à-dire si nous considérons le processus de réponse à l'asymptote du temps, nous voyons que $x_1 (t_o) = \pi = \frac{n_1 (t_o)}{N}$



Premier changement de la position de réponse après le temps t_o.

Soit F (t) la distribution de la durée de vie en excès D (t_o) du processus de réponse. On a :

$$1 - F(t) = P\{ D(t_o) \geq t - t_o \}$$

En outre :

$$1 - F(t + dt) = P\{ D(t_o) \geq t + dt - t_o \}$$

$$= P\{ D(t_o) \geq t + dt - t_o / D(t_o) \geq t - t_o \} . P\{D(t_o) \geq t - t_o \}$$

$$+ P\{ D(t_o) \geq t + dt - t_o / D(t_o) < t - t_o \} . P\{ D(t_o) < t - t_o \}$$

mais

$$P \{ D (t_o) \geq t + dt - t_o / D (t_o) < t - t_o \} = 0$$

puisqu'alors :

$D (t_o) < t - t_o < t - t_o + dt$, ce qui empêche que :

$D (t_o) \geq t + dt - t_o$.

D'autre part :

$1 - F (t) = P \{ D (t_o) \geq t - t_o \}$, ce qui donne :

$$1 - F (t + dt) = \left[1 - F (t)\right] . P \{ D (t_o) \geq t + dt - t_o / D (t_o) \geq t - t_o \}$$

Utilisons en outre l'égalité

$P \{ D (t_o) \geq t + dt - t_o / D (t_o) \geq t - t_o \} = P \{$ il n'y ait pas de changement dans la position de la réponse entre les temps t et $t + dt$ $\}$

Cette dernière probabilité est complémentaire à 1 de la quantité :

$$P \{ \left| X (t + dt) - X (t) \right| = 1 \} = \mu c \pi \, dt + \left[(\lambda + \mu c) \, dt - 2 \, \mu c \pi \, dt \right] x_1 (t) + \lambda dt \frac{n_1(t)}{N} - 2 \lambda dt \frac{n_1(t)}{N} . x_1 (t)$$

On obtient donc :

$$P\{ D(t_o) \geq t + dt - t_o \,/\, D(t_o) \geq t - t_o \} = 1 - \Big[\mu c\pi dt + (\lambda + \mu c)\, dt$$

$$2\,\mu c\pi dt \,.\, x_1(t) + \lambda dt \,\frac{n_1(t)}{N} - 2\,\lambda dt \,\frac{n_1(t)}{N} \,.\, x_1(t)\Big]$$

comme à l'asymptote $x_1(t_o) = \dfrac{n_1(t_o)}{N} = \pi$, on a aussi

$$x_1(t) = \pi + k_1 e^{m_1(t - t_o)} + k_2 e^{m_2(t - t_o)} ,$$

où $k_1 = k_2 = 0$, c'est-à-dire que $x_1(t) = \dfrac{n_1(t)}{N} = \pi$.

En portant ce résultat dans la formule précédente, on a :

$$P\{ D(t_o) \geq t + dt - t_o \,/\, D(t_o) \geq t - t_o \} = 1 - \Big[\mu c\pi dt + (\lambda + \mu c)\,\pi dt$$

$$- 2\,\mu c\,\pi^2\, dt + \lambda\,\pi dt - 2\,\lambda\,\pi^2\, dt\Big]$$

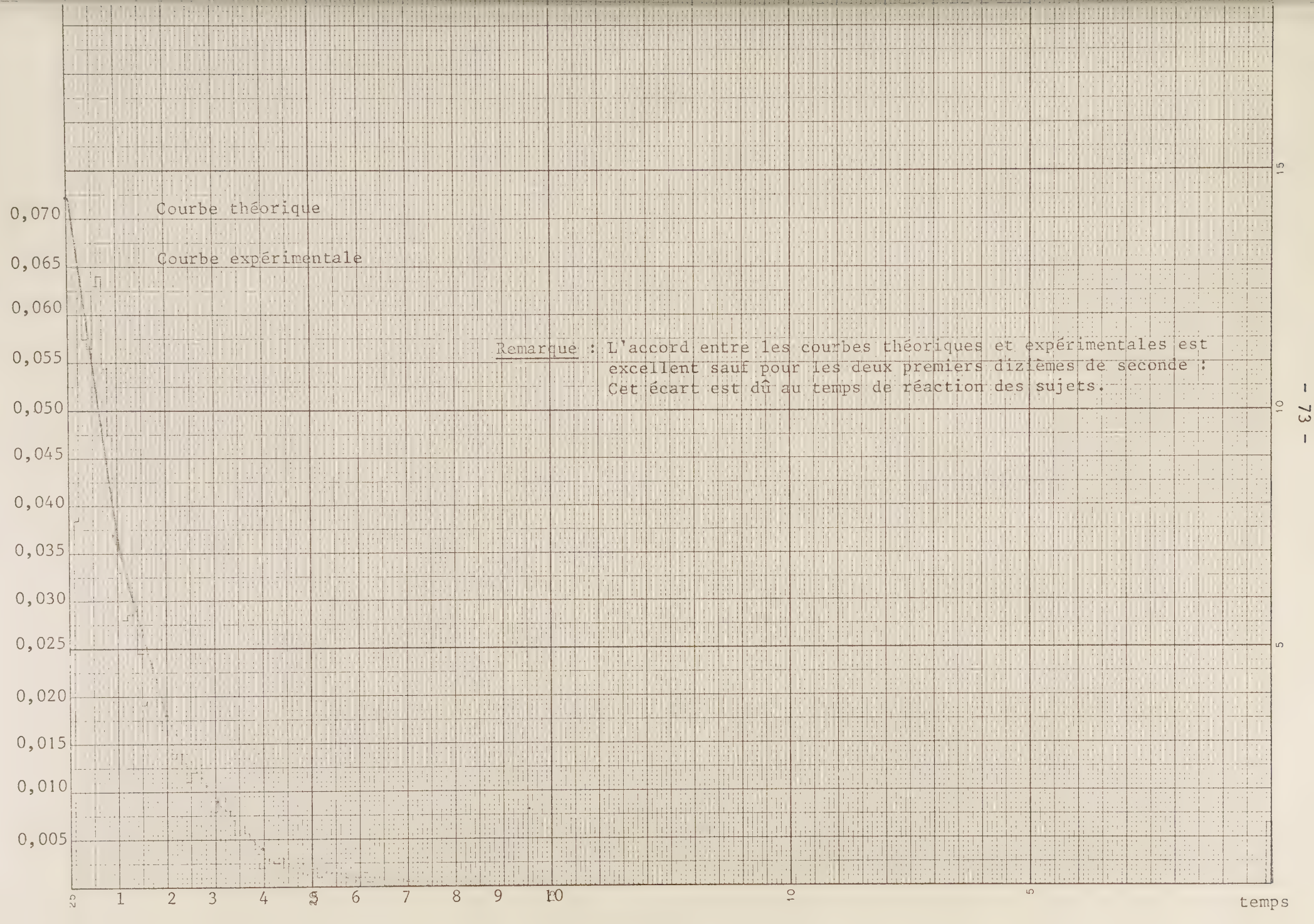
$$= 1 - 2\pi\,(1 - \pi)\,(\lambda + \mu c)\, dt.$$

Soit encore :

$$1 - F(t + dt) = \Big[1 - F(t)\Big] \,.\, \Big[1 - 2\pi\,(1 - \pi)\,(\lambda + \mu c)\, dt\Big],$$

ce qui devient :

$$\frac{F(t + dt) - F(t)}{1 - F(t)} = 2\pi\,(1 - \pi)\,(\lambda + \mu c)\, dt.$$


0,070
0,065
0,060
0,055
0,050
0,045
0,040
0,035
0,030
0,025
0,020
0,015
0,010
0,005
Courbe théorique
Courbe expérimentale
Remarque : L'accord entre les courbes théoriques et expérimentales est excellent sauf pour les deux premiers dixièmes de seconde : Cet écart est dû au temps de réaction des sujets.
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
15
10
5
temps

Faisons tendre $dt \longrightarrow 0$

$$\frac{d\left[1 - F(t)\right]}{1 - F(t)} = -2\pi(1-\pi)(\lambda + \mu c)\, dt$$

ce qui devient par intégration :

$$F(t) = 1 - ke^{-2\pi(1-\pi)(\lambda+\mu c)t}$$

pour déterminer k , notons que, au temps $t = t_o$,

$$F(t_o) = P\{D(t_o) \leq t - t_o = 0\} = 0$$

Donc :

$$0 = 1 - ke^{-2\pi(1-\pi)(\lambda+\mu c)t_o}$$

$$k = e^{2\pi(1-\pi)(\lambda+\mu c)t_o}$$

D'où le résultat souhaité

$$F(t) = 1 - e^{-2\pi(1-\pi)(\lambda+\mu c)(t-t_o)} \qquad (1.2.13.)$$

Ceci illustre la manière dont on obtient des relations à l'asymptote en fonction des paramètres du modèle. Nous verrons plus loin l'importance que ce genre de calcul peut avoir dans les problèmes d'estimation de paramètres.

La figure 8 donne un exemple des résultats théoriques et expérimentaux que l'on obtient à ce sujet. On peut remarquer l'excellent accord qui existe entre la courbe prédite par le modèle et la courbe obtenue expérimentalement. Seuls les $2/_{10}$ de seconde du début ne concordent pas. Cela est dû au temps de réaction visuelle des sujets. L'annexe I-5 donne le programme et les résultats correspondant à la courbe théorique.

D - Nombre de changements dans la position de la réponse entre deux renforcements consécutifs.

Bien que sur le plan théorique, le résultat précédent soit intéressant, la variable aléatoire $D(t_o)$ est difficilement observable, compte tenu du très grand nombre d'expériences qu'il faudrait faire pour pouvoir tirer des informations utiles. D'autres variables sont beaucoup plus facilement observables. C'est le cas du nombre de changements dans la position de la réponse entre deux renforcements consécutifs.

Malheureusement, les calculs correspondants deviennent eux aussi extrêmement compliqués. A titre d'illustration, nous allons calculer la distribution exacte du nombre de changements dans la position de réponse entre deux renforcements consécutifs.

Théorème 6

Dans le modèle à N éléments, à temps continu avec des renforcements non contingents dépendant d'un processus de Poisson de paramètre μ, la distribution du nombre de changements dans le processus de réponse entre deux renforcements consécutifs est donnée par les formules (1.2.24), (1.2.25), (1.2.22) et (1.2.23).

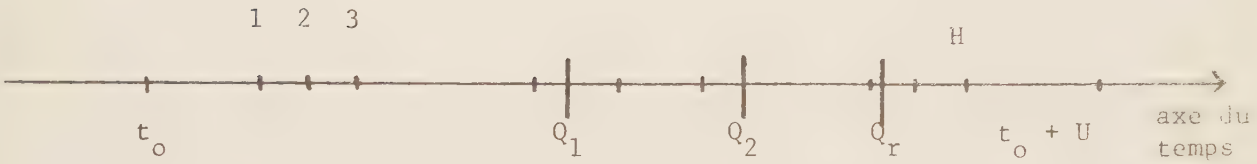
Démonstration :

Définissons $R(t_o)$ = nombre de changements de réponse entre deux renforcements consécutifs, étant donné que le premier renforcement est donné au temps t_o.

(1.2.14.) $R(t_o) = R_1(t_o) + R_2(t_o)$ dans lequel

$$R_1(t_o) = \begin{cases} 1, & \text{si le renforcement au temps } t_o \text{ a effectivement entraîné un changement de réponse} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

$R_2(t_o)$ = nombre de changements dûs aux échantillons de stimuli



Nous considérons deux renforcements consécutifs donnés aux temps t_o et $t_o + U$. La variable aléatoire U a une distribution exponentielle de moyenne $\frac{1}{\mu}$, puisque le renforcement est donné selon un processus de Poisson d'intensité μ.

Définissons :

H = nombre d'échantillonnages de stimuli dans l'intervalle de temps $\left[t_o , t_o + U\right]$

D'après les axiomes, H a une distribution de Poisson de moyenne λU

Q_i = nombre d'échantillonnages de stimuli qui arrivent dans l'intervalle $\left[t_o , t_o + U\right]$

et qui entraînent exactement i changements de réponse.

En vérité, tous les échantillonnages ne conduisent pas systématiquement à un changement de réponse : seuls ceux qui ramènent un élément conditionné différemment le font. Il faut Q_1 échantillonnages pour atteindre le premier changement , Q_2 pour aller du premier au second, etc.....

si $Q_1 + Q_2 + \ldots\ldots + Q_r \leq H < Q_1 + Q_2 + \ldots\ldots + Q_r + Q_{r+1}$, on a exactement r changements de réponse dûs à des échantillonnages de stimulus. Donc :

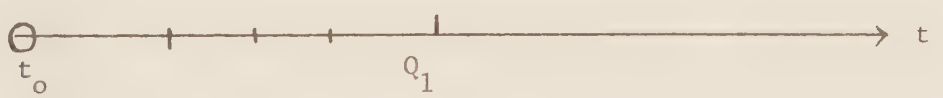
$$(1.2.15.)\quad R_2(t_o) = r \text{ si } \sum_{i=1}^{r} Q_i \leq H < \sum_{i=1}^{r+1} Q_i \text{ et réciproquement.}$$

En tous cas, entre t_o^+ et $t_o + U$, le conditionnement de tous les stimuli reste tel qu'il est (axiome C_3) ; donc :

$$\frac{N_1(t)}{N} = \frac{N_1(t_o^+)}{N} \quad \text{pour} \quad t_o^+ \leq t \leq t_o + U.$$

Il s'ensuit que les variables aléatoires Q_1, Q_3, Q_5, etc... ont toutes la même distribution. Il en est de même pour les variables Q_2, Q_4, Q_6, etc...

Calculons ces distributions :



Supposons que $X(t_o) = 1$ et que $N_1(t_o)$ soit connu : En considérant le processus à l'asymptote, on a :

$N_1(t_o) = \pi \cdot N$, d'où :

$P\{ Q_1 = i \} = P\{$ les $i - 1$ premiers échantillonnages soient inefficaces et

et que le i ème soit efficace } .

$$= \frac{N_1(t_o)}{N}^{i-1} \qquad \frac{N_2(t_o)}{N} = \pi^{i-1} \cdot (1-\pi)$$

Par suite, la fonction caractéristique de Q_1 est :

$$Q_1 \sim \varphi(s) = E\{ e^{is Q_1} \} = \sum_{j=1}^{\infty} e^{isj} \cdot \pi^{j-1} (1-\pi)$$

$$= \frac{1-\pi}{\pi} \sum_{j=1}^{\infty} \left[\pi e^{is}\right]^j = \frac{1-\pi}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{1-\pi e^{is}} - 1\right]$$

$$= \frac{1-\pi}{\pi} \cdot \frac{\pi e^{is}}{1-\pi e^{is}}$$

(1.2.16.)

$$Q_1 \sim \varphi_1(s) = \frac{(1-\pi)\, e^{is}}{1-\pi e^{is}} \qquad \text{si } X(t_o) = 1$$

De même :

$$Q_2 \sim \varphi_2(s) = \frac{\pi e^{is}}{1-(1-\pi)e^{is}} \qquad \text{si } X(t_o) = 1$$

Lorsqu'on suppose que $X(t_o) = 0$, les positions de Q_1 et de Q_2 sont inversées, ce qui donne :

$$Q_1 \sim \varphi_2(s) = \frac{\pi e^{is}}{1 - (1 - \pi)e^{is}} \quad \text{et} \quad Q_2 \sim \varphi_1(s) = \frac{(1 - \pi)\, e^{is}}{(1 - \pi e^{is})}$$

si $X(t_o) = 0$.

$\varphi_1(s)$ et $\varphi_2(s)$ correspondent à des distributions géométriques de paramètre π et $1 - \pi$.

Par conséquent :

$$Q_2^{n^*} \sim \left[\varphi_2(s)\right]^n = \left[\frac{\pi}{1 - (1 - \pi)e^{is}}\right]^n . e^{nis} \quad \text{lorsque} \quad X(t_o) = 1 .$$

Le symbole n^* représente le n ième produit de convolution.

Ceci est la somme de deux quantités: La constante $n \sim e^{nis}$, et une binomiale du paramètre π.

Donc :

$$P\{ Q_2^{n^*} = n + i \} = \binom{n+i-1}{i} \pi^n (1 - \pi)^i \quad \text{pour } i = 0, 1, \ldots$$

Les rôles de Q_1 et Q_2 doivent être inversés si $X(t_o) = 0$.

On a alors :

$$P\{R_2(t_o) = r/X(t_o) = 1,\ H = h\} = P\{\sum_{i=1}^{r} Q_i \leq H < \sum_{i=1}^{r+1} Q_i / X(t_o) = 1,\ H = h\}$$

$$= \{\sum_{i=1}^{r} Q_i \leq H < \sum_{i=1}^{r+1} Q_i / X(t_o) = 1,\ H = h,\ \sum_{i=1}^{r} Q_i \leq H\}.\ P\{\sum_{i=1}^{r} Q_i \leq H/H=h, X(t_o)=1\}$$

$$+P\{\underbrace{\sum_{i=1}^{r} Q_i \leq H < \sum_{i=1}^{r+1} Q_i/X(t_o) = 1,\ H = h,\ \sum_{i=1}^{r} Q_i > H}_{=0}\}.\ P\{\sum_{i=1}^{r} Q_i\ H/X(t_o) = 1,\ H = h\}$$

$$= P\{\sum_{i=1}^{r+1} Q_i \leq h/\sum_{i=1}^{r} Q_i \leq h,\ X(t_o) = 1\}\ .\ P\{\sum_{i=1}^{r} Q_i \leq h/\ X(t_o) = 1\}\ .$$

Faisons le calcul en deux parties : si r est pair, c'est-à-dire

$r = 2j$; pour $j = 1, 2, \ldots$, on a :

$$P\{\sum_{i=1}^{r} Q_i \leq h/X(t_o) = 1\} = P\{\sum_{i=1}^{2j} Q_i \leq h/X(t_o) = 1\}\ .$$

Mais, par les résultats (1.2.16.)

$\sum_{i=1}^{2j} Q_i$ = somme de j termes égaux à la somme $Q_1 + Q_2$, tous ces termes étant des variables aléatoires identiques et indépendantes.

c'est-à-dire :

$$(1.2.17.)\quad \sum_{i=1}^{2j} Q_i \sim (Q_1 + Q_2)^{j^*} \sim \left[\varphi_1(s).\ \varphi_2(s)\right]^j = e^{2j\,is}\ .$$

$$\left[\frac{\pi}{1-(1-\pi)\,e^{is}}\right]^j \cdot \left[\frac{1-\pi}{1-\pi e^{is}}\right]^j$$

Ceci correspond à la somme de la constante 2j et à la composition de deux binomiales négatives, ce qui nous conduit à :

$$(1.2.18.)\quad P\left\{\sum_{i=1}^{2j} Q_i = k + 2j \;/\; X(t_o) = 1\right\} = \sum_{\ell=0}^{k} \binom{j+\ell-1}{\ell}\binom{j+k-\ell-1}{k-\ell}\pi^{j+k-\ell}(1-\pi)^{j+\ell}$$

pour k = 0, 1, 2,...

On tire de là :

$$(1.2.19.)\quad P\left\{\sum_{i=1}^{2j} Q_i \leq h \;/\; X(t_o) = 1\right\} = \sum_{k=0}^{h-2j}\ \sum_{\ell=0}^{k} \binom{j+\ell-1}{\ell}\binom{j+k-\ell-1}{k-\ell}\pi^{j+k-\ell}(1-\pi)^{j+\ell}$$

pour h = 2j, 2j +1,....., cette quantité est nulle.

si $r = 2j + 1$, c'est-à-dire r impair, on a :

$$\sum_{i=1}^{r} Q_i = \sum_{i=1}^{2j+1} Q_i = \sum_{i=1}^{2j} Q_i + Q_{2j+1}$$

Comme $X(t_o) = 1$, Q_{2j+1} a la même distribution que Q_1, c'est-à-dire qu'elle a pour distribution $\varphi_1(s) = \dfrac{(1-\pi)e^{is}}{1-\pi e^{is}}$, soit encore

$$P\{Q_{2j+1} = u\} = \pi^{u-1} \cdot (1-\pi)$$

La distribution de $\sum_{i=1}^{r} Q_i$ est la composition des lois de $\sum_{i=1}^{2j} Q_i$ et de Q_{2j+1}, soit :

$$(1.2.20.)\quad P\left\{\sum_{i=1}^{2j+1} Q_i = f \,/\, X(t_o) = 1\right\} = \sum_{k=0}^{f-2j} \left[\sum_{\ell=0}^{k} \binom{j+\ell-1}{\ell}\binom{j+k-\ell-1}{k-\ell}\pi^{j+k-\ell}(1-\pi)^{j+\ell}\right] \cdot \left[\pi^{f-k-2j} \cdot (1-\pi)\right]$$

pour $j = 1, 2, \ldots$ et $f \geq 2j$.

Dans tous les autres cas, cette probabilité est nulle.

On tire de là :

$$(1.2.21.)\quad P\left\{ \sum_{i=1}^{2j+1} Q_i \leq h \;/\; X(t_o) = 1 \right\} = \sum_{f=0}^{h} P\left\{ \sum_{i=1}^{2j+1} Q_i = f \,/\, X(t_o)=1 \right\}$$

où nous remplaçons $P\left\{ \sum_{i=1}^{2j+1} Q_i = f \;/\; X(t_o) = 1 \right\}$ par sa valeur.

Ainsi, nous connaissons la distribution exacte de $\sum_{i=1}^{r} Q_i$ pour tout r,

et cette distribution ne dépend que de π.

Par combinaison de ces résultats, on obtient :

$$(1.2.22.)\quad P\{ R_2(t_o) = r \;/\; X(t_o) = 1,\ H = h \} = \underbrace{P\left\{\sum_{i=1}^{r} Q_i \leq h \;/\; X(t_o) = 1 \right\}}.$$

calculé dans (1.2.19) et
(1.2.21) selon la parité de r

$$\cdot\ P\left\{ \sum_{i=1}^{r+1} Q_i > h \;/\; \sum_{i=1}^{r} Q_i \leq h,\ X(t_o = 1 \right\}$$

Calculons alors ce deuxième terme.

$$(1.2.23.)\quad P\left\{ \sum_{i=1}^{r+1} Q_i > h \;/\; \sum_{i=1}^{r} Q_i \leq h,\ X(t_o) = 1 \right\}$$

$$= P\left\{ Q_{r+1} \leq h - \sum_{i=1}^{r} Q_i \;/\; \sum_{i=1}^{r} Q_i \leq h,\ X(t_o) = 1 \right\}$$

$$= 1 - P \{ Q_{r+1} \leq h - \sum_{i=1}^{r} Q_i / \sum_{i=1}^{r} Q_i \leq h, X(t_o) = 1 \}$$

.

.

$$= 1 - \sum_{u=o}^{h} P \{ Q_{r+1} = u / \sum_{i=1}^{r} Q_i = h-u, X(t_o) = 1 \} . P \{ \sum_{i=1}^{r} Q_i = h-u / X(t_o)=1 \}$$

$$= 1 - \sum_{u=o}^{h} \begin{cases} \pi^{u-1} . (1-\pi) & \text{si r est pair} \\ (1-\pi)^{u-1} . & \text{si r est impair} \end{cases} . \underbrace{P \{ \sum_{i=1}^{r} Q_i = h-u / X(t_o) = 1 \}}$$

calculé dans (1.2.18.) et (1.2.20.)

On tire de (1.2.21.) la distribution conditionnelle de $R_2(t_o)$, étant donné que $X(t_o) = 1$ et que $H = h$.

On peut alors tirer de (1.2.15.) :

(1.2.24.) $$P \{ R(t_o) = i \} = P \{ R_1(t_o) = 0 \} . P \{ R_2(t_o) = i \}$$

$$+ P \{ R_1(t_o) = 1 \} . P \{ R_2(t_o) = i - 1 \}$$

$$= \{ (\pi c \left[1-X(t_o)\right] + (1-\pi)c . X(t_o) \} . P \{ R_2(t_o) = i-1 \}$$

$$+ 1 - \pi c + X(t_o) \left[\pi c - c + c\pi\right] \} . P \{ R_2(t_o) = i \}$$

soit encore :

FIGURE 9

RESULTATS EXPERIMENTAUX SUR LE NOMBRE R_{ij} DE TRANSITIONS D'UNE REPONSE A_i A UNE REPONSE A_j AU COURS DE QUATRE SESSIONS AVEC DES PROTOCOLES DIFFERENTS.

JET N°	SESSION 1				SESSION 2				SESSION 3				SESSION 4			
	R_{11}	R_{12}	R_{21}	R_{22}	R_{11}	R_{12}	R_{21}	R_{22}	R_{11}	R_{12}	R_{21}	R_{22}	R_{11}	R_{12}	R_{21}	R_{22}
2	6033	374	374	4593	4699	382	381	5689	6117	565	565	4304	5961	169	168	4608
	8920	137	137	1939	5589	150	150	4883	8950	177	177	1884	6944	146	146	3611
3	5632	404	404	4967	4592	1271	1270	4457	2217	1109	1108	2255	5496	365	365	4801
4	7665	123	122	3330	5712	391	391	4553	8923	116	116	1948	6524	81	80	4119
5	9069	101	101	1831	8690	45	45	1874	9601	218	218	1155	9168	106	106	1414
6	7308	276	276	3396	8792	45	45	1808	9498	128	128	1373	7016	78	78	3568
7	8399	216	216	2385	6892	55	55	3660	8330	122	122	2535	6936	92	91	3651
8	5685	693	693	4605	6635	152	151	3936	5376	480	479	4545	6097	199	198	4501
9	7427	116	116	3442	4190	81	80	6312	4444	291	290	6293	3677	131	131	6822
0	5777	204	203	5028	4695	75	75	5831	5475	201	200	5306	6581	104	104	4004
	6247	421	421	4327	5678	240	239	4743	6414	462	462	4111	5640	429	429	4661
12	5703	446	445	4843	6482	492	491	3862	5062	841	840	4620	6607	233	233	3804
13	5526	619	619	4871	6035	1040	1039	3926	6127	526	526	4352	9153	218	218	1414

(1.2.25.)

$$P\left\{ R_2(t_o) = i \right\} = \int_{u=o}^{\infty} \sum_{k=o}^{\infty} \underbrace{P\{ R_2(t_o) = i / X(t_o) = 1,\ H = h,\ U = u \}}_{\text{donné par (1.2.22.) et (1.2.23.)}} \cdot$$

$$P\{ X(t_o) = 1 \quad .e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^h}{h!} \cdot \mu e^{-\mu u} du$$

$$+ \int_{u=o}^{\infty} \left[\sum_{h=o}^{\infty} P\{ R_2(t_o) = i / X(t_o) = 0,\ H = h,\ U = u, \} \quad .e^{-\lambda u} \frac{(\lambda u)^h}{h!} \right] \mu e^{-\mu u} du$$

puisque U ~ exponentielle (μ)
et H ~ Poisson (λU).

Cette dernière formule complète le théorème. La figure 9 donne des résultats expérimentaux à ce sujet.

Ceci complète l'exposé des calculs et dérivations que l'on fait en général dans l'étude des modèles stochastiques et que l'on vient d'illustrer sur le problème des modèles d'apprentissage à temps continu.

Avant de passer au problème d'expérimentation, il est bon de rappeler que le but général de ces calculs est d'obtenir des expressions des variables aléatoires observables en fonction des paramètres du modèle. Trois buts sont ainsi obtenus :

D'une part, avoir des formules et des résultats sur lesquels on peut baser une estimation ultérieure des paramètres, d'autre part amorcer les calculs qui permettront de faire des prédictions et de comparer ainsi les résultats obtenus par expérimentation et ceux obtenus par application du modèle, enfin fournir un certain nombre de points de contrôle qui permettront de mesurer la qualité du modèle (voir [35] pour un autre exemple).

3. - EXPERIMENTATION

[36] donne un exposé détaillé du point de vue européen à ce sujet dans le domaine de la psychologie en général, et de l'apprentissage en particulier.

En effet, après l'étude préalable du modèle, il faut décider d'une expérimentation. Les critères sur lesquels on doit alors se baser sont d'ordre statistique, économique et pratique. Ce n'est pas ici le lieu de développer une théorie de l'expérimentation. Nous nous bornerons à exposer quelques notions qui nous seront utiles par la suite.

Un plan d'expérimentation a pour but de définir le nombre et la nature des expériences à réaliser. L'objectif premier de l'analyse du modèle étant d'estimer les paramètres de ce modèle, on va choisir des variables aléatoires et des distributions observables, sur lesquelles va porter l'effort d'analyse. A partir de ces variables observables et des résultats d'expérience correspondants, des méthodes standard , dont nous parlerons au paragraphe suivant, nous permettront d'estimer les paramètres du modèle. Les estimateurs que l'on tire des résultats ont un certain nombre de caractéristiques dont les plus importantes sont le biais, la variance, la consistance, et éventuellement l'efficacité.

On trouvera dans [1],[5],[15],[27]et[34] la définition de ces qualités, ainsi qu'une discussion s'y reportant. En général, le nombre d'expériences à faire sera déterminé par une condition que l'on imposera à l'une des qualités que l'on vient de nommer.

Ainsi dans [9], le nombre d'expériences à effectuer est déterminé par une précision minimum de l'estimation qui se traduit par une variance faible des quantités estimées. Cette méthode nous donne alors un nombre minimum d'observations à effectuer. C'est là une première approche sur le nombre d'observations à effectuer.

D'autres façons de procéder, basées par exemple sur l'efficacité d'un estimateur, c'est-à-dire essentiellement sur le rapport entre la variance de cet estimateur et la variance minimum théorique quand elle existe (comme par exemple la borne inférieure de RAO pour les estimateurs) peuvent également fournir d'autres solutions raisonnables à ce problème.

Des considérations d'ordre économique peuvent également intervenir. Ces considérations sont alors basées sur les moyens globalement disponibles pour l'expérience à effectuer, le coût unitaire de chaque expérience, et éventuellement les limites de temps dans la réalisation. Le problème se pose alors dans des termes un peu différents : On a une idée assez précise du nombre d'expériences que l'on peut effectuer et il s'agit alors de répartir le mieux possible ces expériences, de manière à en tirer le maximum d'informations. Cette approche n'est pas tellement basée sur les principes statistiques de l'estimation, que sur la nécessité de recueillir des renseignements sur tel ou tel paramètre du modèle, ou de mettre particulièrement en valeur un de ses aspects.

Quoiqu'il en soit, le nombre des expériences, la répartition de ces expériences dans le domaine expérimental possible, et le planning de réalisation dans le temps doivent être soigneusement établis avant toute analyse ultérieure, sur la base des contraintes de temps, de moyens et de méthodes d'estimation statistique qui nous sont imposées soit par les circonstances extérieures, soit par les modèles choisis.

Nous ne développerons pas plus avant les problèmes d'expérimentation.

4. - ESTIMATION

Une fois l'expérimentation réalisée et le modèle préalablement analysé, commence la série des analyses de résultats et des évaluations (voir [20]pour une discussion étendue de ces problèmes).

Les sciences humaines sont par excellence celles où intervient un grand nombre de facteurs et où l'incertitude qui règne à la fois sur la mesure et le rôle de ces facteurs est le plus fort. Si on a pu formaliser sous la forme d'un modèle le phénomène que l'on étudie et sous la forme de paramètres et de variables de ce modèle les inconnues qui s'y rapportent et les éléments descriptifs du phénomène jugés importants, on peut essayer d'évaluer ces paramètres, à partir des variables observées en se servant de méthodes disponibles. D'ordinaire, on utilisera la méthode des moments, la méthode du maximum de vraisemblance, les méthodes des moindres carrés, la méthode du X^2 minimum ou tout autre méthode plus ou moins classique. Donnons ici une description rapide et une illustration de ces différentes méthodes. (voir [51] pour une application à l'apprentissage de l'allemand). La section qui suit contient peu de résultats originaux. Elle constitue un rappel de notions classiques que nous appliquons à des exemples correspondant au sujet traité. Toutefois, la méthode du pseudomaximum de vraisemblance (section E) n'est pas encore classique et l'application particulière qui est faite de la méthode du X^2 minimum (section D) est originale et non triviale.

A - Méthodes du maximum de vraisemblance.

1 - La théorie (voir[34])

Soit une variable aléatoire X ayant F(x) pour distribution et Φ (t) pour fonction caractéristique.

Si X est une variable discrète, on peut écrire :

$$X = x_i \text{ avec la probabilité } P_i$$

pour i = 1, 2, ... I (I pouvant être infini) $\quad \sum_i P_i = 1$

Si X est une variable continue, on lui attribue la densité F(x), c'est-à-dire que

$$P\ (X < x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)\ du = F\ (x)$$

Dans les deux cas, X est une variable aléatoire sur laquelle on peut effectuer des mesures et dont la loi de probabilité dépend d'un certain nombre de paramètres extérieurs λ_1 , λ_2 ,...., λ_k qu'on cherche à estimer.

Autrement dit :

(1.4.1.)

$P(X = x_i) = P_i(\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_k)$ pour i = 1, 2,...I si X est une variable discrète

$P(X \quad x) = \int_{\infty}^{x} f(u, \lambda_1 \lambda_2, \ldots \lambda_k)du = F(x, \lambda_1 \lambda_2, \ldots \lambda_k)$ si X est une variable continue

Supposons alors que l'on effectue J mesures <u>indépendantes</u> de cette variable X, soient $X_1, X_2 \ldots X_j$ avec :

$$X_J = x_{a_j} \quad \text{pour } j = 1, 2, \ldots, J^*$$

<u>La fonction de probabilité L</u> (également appelée fonction de vraisemblance) correspond à la probabilité jointe de l'ensemble des mesures effectuées :

$$L = P(X_1 = x_{a_1}, X_2 = x_{a_2}, \ldots, X_J = x_{a_j})$$

Le but de la méthode est d'obtenir une estimation des paramètres en maximisant cette fonction : c'est de là qu'elle tire son nom.

En appliquant de façon répétée le théorème de Bayes, il est possible de réecrire cette égalité sous la forme :

(1.4.2.) $$L = P(X_1 = x_{a_1}) \cdot P(X_2 = x_{a_2} / X_1 = x_{a_1}) \ldots$$

$$\ldots P(X_j = x_{a_j} / X_{j-1} = x_{a_{j-1}}, \ldots, X_1 = x_{a_1})$$

Compte tenu de la condition d'indépendance des mesures, qui se traduit par :

(1.4.3.) $P(X_j = x_{a_j} / X_{j-1} = x_{a_{j-1}}, \ldots, X_1 = x_{a_1}) = P(X_j = x_{a_j})$,

* L'indice des variables X et des valeurs x n'est pas le même car celui des variables X correspond à l'ordre dans lequel les mesures X ont été effectuées et celui des variables x correspond à l'ordre de grandeur trouvé.

On obtient, après réduction de (1.4.3.)

$$(1.4.5.) \qquad L = \prod_{j=1}^{J} P\,(X_j = x_{a_j})$$

si X est une variable discrète, les formules (1.4.1.) nous permettent d'affirmer que :

$$(1.4.6.) \qquad L = \prod_{j=1}^{J} P_{a_j}\,(\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots, \lambda_k)$$

D'autre part, $a_j = 1$ ou 2 ... ou I selon la valeur trouvée pour la j ième mesure X_j. Désignons par n_i le nombre de fois où, lors des mesures effectuées, on a obtenu la quantité x_i . Ceci correspond à la définition :

$$(1.4.7.) \qquad n_i = \sum_{j=1}^{J} z_{ij} \quad \text{avec} \quad z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } a_j = i \\ 0 & \text{si } a_j \neq i \end{cases} \qquad \text{où } i = 1, 2, \ldots, I.$$

(1.4.6.) devient, avec cette notation :

$$(1.4.8.) \qquad L = P_1^{n_1}\,(\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots \lambda_k)\; P_2^{n_2}\,(\lambda_1, \ldots. \lambda_k) \ldots P_I^{n_I}\,(\lambda_1 \ldots . \lambda_k) = \prod_{i=1}^{J} P_i^{n_i}$$

La fonction de probabilité L dépend des résultats d'expérience (par les nombres n_i), et des paramètres $\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots \lambda_k$. Pour déterminer les valeurs à attribuer aux paramètres, on maximise cette fonction de probabilité. Ceci s'obtient en résolvant le système d'équations obtenues en différentiant partiellement L par rapport à chacun des paramètres. Plus exactement, compte tenu de la monotonicité de la fonction logarithme, il revient au même de chercher les valeurs des paramètres qui maximisent L en différenciant log L au lieu de L.

$$\log L = \sum_{i=1}^{I} n_i \log p_i$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_k} \log L = \sum_{i=1}^{I} n_i \frac{\partial p_i}{\partial \lambda_k} \cdot \frac{1}{p_i} \quad \text{pour} \quad k = 1, 2, \ldots, k,$$

ainsi, les estimateurs $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_k$ des paramètres $\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots\lambda_k$ sont solutions du système d'équations implicites :

$$(1.4.9.) \quad \sum_{i=1}^{I} n_i \frac{\frac{\partial P_i(\lambda_1, \ldots\ldots\lambda_k)}{\partial \lambda_k}}{p_i(\lambda_1, \ldots\ldots, \lambda_k)} = 0 \text{ pour } k = 1, 2, \ldots, k$$

Si la variable X est une variable continue sur laquelle les J mesures effectuées ont eu pour résultats $x_1, x_2, \ldots x_j$, une démarche similaire montre que les estimateurs des paramètres $\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots, \lambda_k$ par la méthode du maximum de vraisemblance sont solutions du système :

(1.4.10.)

$$\sum_{i=1}^{J} \frac{\frac{\partial f(x_i, \lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots\lambda_k)}{\partial \lambda_k}}{f(x_i, \lambda_1, \lambda_2, \ldots\lambda_k)} = 0 \qquad k = 1, 2, \ldots, k$$

Exemple : Donnons ici un exemple de ce type d'estimation tiré des études de comportement et des modèles stochastiques d'apprentissage.

Nous admettrons que le modèle d'apprentissage dont il s'agit ici est un modèle à temps discret avec un espace de réponse comportant trois réponses possibles A_1, A_2, A_3 et un mécanisme d'apprentissage basé sur la théorie des stimuli avec un schéma de renforcement simplement contingent tel que nous

l'avons décrit dans la section 1 de ce chapitre.

Un des axiomes de départ que nous posons concerne l'attitude du sujet qui opère ce changement de réponse selon un schéma purement interne, indépendant des renforcements extérieurs. On définit les variables aléatoires :

$$A_{i,n} = \begin{cases} 1 & \text{si, à l'épreuve n, le sujet répond } A_i \\ 0 & \text{pour les autres cas} \end{cases}$$

$i = 1, 2, 3,$; $n = 1, 2, 3, \ldots$

On définit de même $= P_{i,n} = P\{ A_{i,n} \}$ et $\alpha_{i,j,n} = P\{ A_{i,n} / A_{j,n-1} \}$

Supposons alors que l'action conjuguée des mécanismes de l'apprentissage et du protocole expérimental choisi soient tels que le processus

$$\{ P_{i,n} \; ; \; i = 1, 2, 3 \; ; \quad n = 1, 2, 3, \ldots \}$$

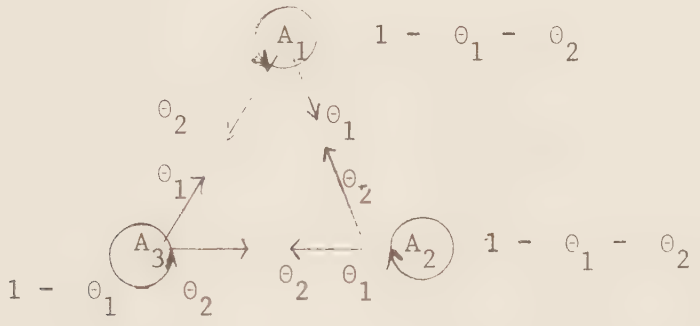
soit une chaîne de Markov d'ordre 1.

Alors $\alpha_{i,j,n} = \alpha_{i,j}$ indépendant de n, et on a la matrice de transition suivante :

(1.4.12.)

épreuve n \ épreuve n + 1	$A_{1,n+1}$	$A_{2,n+1}$	$A_{3,n+1}$
$A_{1,n}$	$1 - \theta_1 - \theta_2$	θ_1	θ_2
$A_{2,n}$	θ_2	$1 - \theta_1 - \theta_2$	θ_1
$A_{3,n}$	θ_1	θ_2	$1 - \theta_1 - \theta_2$

Ceci correspond à l'attitude d'un sujet qui changerait sa réponse selon un schéma indépendant des stimuli qu'il reçoit et de l'écoulement du temps ;



Θ_1 et Θ_2 sont les paramètres du modèle qu'il nous faut estimer.

Soit alors $n_{i,j}$ (i,j = 1, 2, 3) le nombre de fois où, au cours de l'expérimentation, le sujet passe d'une réponse A_i à une réponse A_j dans deux épreuves consécutives.

En appliquant (1.4.8.), on obtient :

$$\log L = \log P_{1,o} + \log P_{2,o} + \log P_{3,o} + (n_{11} + n_{22} + n_{33}) \log (1 - \Theta_1 - \Theta_2)$$

$$+ (n_{12} + n_{23} + n_{31}) \log \Theta_1 + (n_{13} + n_{21} + n_{32}) \log \Theta_2 .$$

Les paramètres du modèle : Θ_1 et Θ_2 , peuvent être estimés par la méthode du maximum de vraisemblance, grâce à la résolution du système :

$$(n_{11} + n_{22} + n_{33} + n_{12} + n_{23} + n_{31}) \Theta_1 + (n_{12} + n_{23} + n_{31}) \Theta_2 = n_{12} + n_{23} + n_{31}$$

$$(n_{13} + n_{21} + n_{32}) \Theta_1 + (n_{11} + n_{22} + n_{33} + n_{13} + n_{21} + n_{32}) \Theta_2 = n_{13} + n_{21} + n_{32}$$

On obtient alors l'estimation :

(1.4.13.)

$$\theta_1 = \frac{(n_{12} + n_{23} + n_{31})(n_{13} + n_{21} + n_{32}) - (n_{12} + n_{23} + n_{31})(n_{11} + n_{22} + n_{33} + n_{13} + n_{21} + n_{32})}{(n_{12} + n_{23} + n_{31})(n_{13} + n_{21} + n_{32}) - (n_{11} + n_{22} + n_{12} + n_{23} + n_{31})(n_{11} + n_{22} + n_{33} + n_{13} + n_{21} + n_{12})}$$

$$\theta_2 = \frac{(n_{12} + n_{23} + n_{31})(n_{13} + n_{21} + n_{32}) - (n_{11} + n_{22} + n_{23} + n_{12} + n_{23} + n_{31})(n_{13} + n_{21} + n_{32})}{(n_{12} + n_{23} + n_{31})(n_{13} + n_{21} + n_{32}) - (n_{11} + n_{22} + n_{33} + n_{12} + n_{23} + n_{31})(n_{11} + n_{22} + n_{33} + n_{13} + n_{21} + n_{32})}$$

B - La méthode des moments

a) La procédure d'estimation

Nous venons de voir que pour appliquer la méthode du maximum de vraisemblance, on devait maximiser une fonction de probabilité qui représente en somme une mesure globale de l'adéquation du modèle choisi à un ensemble d'expériences ou de résultats.

L'esprit avec lequel on utilise la méthode des moments est tout autre. Cette méthode s'applique dans le cas où il est impossible d'écrire cette fonction de probabilité, donc d'effectuer une estimation globale. On recherche alors diverses quantités qui présentent les caractéristiques

suivantes :

- être des variables aléatoires dont la distribution est facile à connaître et à manipuler,
- avoir des distributions qui dépendent des paramètres à estimer,
- être faciles à mesurer et à enregistrer,
- être représentatives du phénomène étudié,

et que l'on va chercher à évaluer de manière individuelle.

Il est possible qu'on trouve plusieurs quantités vérifiant ces conditions. Il se peut fort bien également qu'il n'y en ait pas du tout, auquel cas cette méthode ne pourrait pas être appliquée.

b) les calculs

Soit X une telle variable aléatoire et soient α_1 , α_2,... α_k les paramètres à estimer. Les moments successifs de X (m_1, m_2, ..., m_k) dépendent de ces paramètres :

$$\begin{aligned} X &\sim F(x) \\ m_1 &= E(X) \\ &\vdots \\ m_k &= E(X^k) \end{aligned}$$

En outre, l'expérimentation a permis d'obtenir un certain nombre de mesures de X, soit x_1, x_2,.....x_n et d'estimer directement les moments sur les résultats.

$$\begin{cases} \hat{m}_1 = \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i \\ \\ \hat{m}_k = \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i^k \end{cases}$$

Il suffit alors de tirer les valeurs estimées de α_1, α_2,.....,α_k su système :

$$(1.4.14.) \qquad \begin{cases} m_1 (\alpha_1, \alpha_2, \ldots\ldots \alpha_k) = \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i \\ \\ m_k (\alpha_1, \alpha_2, \ldots\ldots \alpha_k) = \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i^k \end{cases}$$

Remarques :

i/ k est le même pour les α et les m , car il faut évidemment autant d'équations que de paramètres.

ii/ Cette méthode devient rapidement impraticable si k est grand. Un maximum de k = 4 est à recommander. Au-delà, les calculs sont trop compliqués et les erreurs commises deviennent énormes.

iii/ Nous n'avons pas employé ici les moments centrés comme c'est le plus souvent le cas, pour éviter d'entrer dans les problèmes de biais d'estimation.

iv/ Dans le cas de deux paramètres α_1 et α_2 , qui est un des cas les plus fréquents en pratique, le système (1.4.14.) peut s'écrire en utilisant la moyenne et la variance :

$$(1.4.15.) \qquad \begin{cases} E(X) = m(\alpha_1, \alpha_2) = \dfrac{1}{n} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i \\ \\ \text{var}(X) = 6^2(\alpha_1, \alpha_2) = \dfrac{1}{n-1} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 \end{cases}$$

c) Exemples

Nous avons vu dans la section I.2.D que le temps d'entre-arrivée entre deux changements consécutifs dans la position de la réponse avait une

distribution exponentielle de moyenne $\frac{1}{2\pi\ (1-\pi)(\lambda + \mu c)}$. Si l'on applique la méthode des moments à cette variable observable pour une valeur μ_1 du processus de renforcement, on va donc aboutir à une première estimation du groupement $\hat{\lambda} + \mu_1 \hat{c}$, dans laquelle $\hat{\lambda}$ et $\hat{c}$ représentent respectivement des estimateurs de λ et c par la méthode des moments. Il suffit alors de répéter l'expérience avec une autre valeur μ_2 de l'intensité du processus de renforcement pour obtenir un système linéaire de deux équations à deux inconnues dont on peut tirer les estimateurs $\hat{\lambda}$ et $\hat{c}$. Bien sûr, il faut vérifier que $0 \leq \hat{c} \leq 1$ et que $\hat{\lambda} \geq 0$.
Un autre exemple est discuté dans [11].

C - Méthode des moindres carrés.

La méthode des moindres carrés est une des méthodes d'estimation les plus connues : elle a été mise au point pour les besoins de l'astronomie et sa philosophie est simple.

Soit un ensemble de n observations indépendantes $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Ces observations dépendent d'un certain nombre de paramètres $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$ selon une ou plusieurs fonctions dont on se donne la forme.

Alors, l'observation y_i est la somme de la "vraie" valeur $m_i = f_i(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k)$ que l'on devrait observer et d'une erreur aléatoire e_i.

(1.4.16.) $$y_i = f_i\ (\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots, \lambda_p) + e_i$$

Pour estimer $\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots, \lambda_p$, on se donne comme critère de minimiser la somme des erreurs commises, c'est-à-dire la quantité

$$S = \sum_{i=1}^{n} [\ y_i - f_i\ (\lambda_1, \ldots\ldots\ldots, \lambda_p)]^2 .$$

Pour cela, il nous faut résoudre le système :

$$(1.4.17.) \qquad \frac{\partial S}{\partial \lambda_k} = -\ 2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - f_i) \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \lambda_k} = 0 \qquad k = 1, 2, \ldots, p.$$

Remarquons immédiatement que, pour cette méthode, l'aspect probabiliste est secondaire. Les erreurs peuvent avoir des distributions quelconques ; on admettra cependant encore l'hypothèse que les observations sont indépendantes. En outre, la quantité S que l'on maximise ici n'a pas de relation immédiate avec la quantité L, donnée par la formule (1.4.2.), que l'on maximise dans l'estimation par maximum de probabilité.

En général, les estimateurs obtenus par ces deux méthodes sont différents : toutefois, il faut signaler ici qu'il y a parfois concordance entre les deux, comme dans le cas de l'analyse de la variance.

Nous ne donnerons pas d'exemple particulier pour cette méthode, car elle est extrêmement connue.

D - Méthode du χ^2 minimum.

a) la méthode

Il est souvent possible de décrire des variables aléatoires observables qui ont pour distribution un χ^2 et dont l'interprétation correspond plus ou moins à celle d'une somme de carrés d'erreurs. Il est alors normal d'essayer de minimiser cette somme, et ce faisant, de déterminer des estimateurs des paramètres du modèle. Cette méthode a donc deux sous-produits : d'une part des estimations des paramètres qui nous intéressent et d'autre part une valeur du χ^2 minimum qui donne une mesure de la qualité plus ou moins grande du modèle. Nous reviendrons sur ce dernier point au paragraphe suivant.

b) exemples

Dans le modèle d'apprentissage à N stimuli, à temps continu et à renforcement donné selon un processus de Poisson, on désire avoir une méthode pour déterminer N. Supposons que l'on ait une expérience concernant un total de S sujets et appelons s(t) la variable aléatoire :

s(t) = nombre de sujets qui répondent A_1 au temps t.

Nous voyons que la distribution de s(t) est une binomiale qui a pour moyenne $x_1(t)$ et S essais. Si l'on considère le processus $\{\frac{s(t)}{S} \; ; \; t \geq 0 \}$ on supposera que pour S suffisamment grand, le rapport $\frac{s(t)}{S}$ converge vers une distribution normale qui a pour moyenne $x_1(t)$ et pour variance $\frac{x_1(t)\,[\,1 - x_1(t)\,]}{S}$ (voir [19]).

Le processus $\{ \frac{s(t)}{S} \; ; \; t \geq 0 \}$ converge en probabilité vers un processus normal $\{ \frac{s(t)}{S} \; ; \; t \geq 0 \}$ ayant pour moyenne

$$x_1(t) = \pi + k_1 e^{m_1 t} + k_2 e^{m_2 t}$$

et pour noyau de covariance :

$$K(u,t) = \operatorname{cov}\left(\frac{s(u)}{S} , \frac{s(t)}{S} \right)$$

$$= E\left[\left[\frac{s(u)}{S} - E\left(\frac{s(u)}{S}\right) \right] . \left[\frac{s(t)}{S} - E\left(\frac{s(t)}{S}\right) \right] \right]$$

$$= E\left(\frac{s(u).s(t)}{S^2}\right) - E\left(\frac{s(u)}{S}\right) . E\left(\frac{s(t)}{S}\right)$$

$$E\left(\frac{s(u)}{S}\right) = x_1(u) \qquad E\left(\frac{s(t)}{S}\right) = x_1(t)$$

$$E\left(\frac{s(u)\,s(t)}{S^2}\right) = \frac{1}{S^2} \; E\{ s(u) . s(t) \}$$

pour $0 < u < t$:

$$E\left(\frac{s(u)}{S} \cdot \frac{s(t)}{S}\right) = E\left[E\left(\frac{s(t)}{S} \cdot \frac{s(u)}{S} / \frac{s(u)}{S}\right)\right]$$

Or :

$$\frac{s(u)}{S} \cdot E\left(\frac{s(t)}{S} / \frac{s(u)}{S}\right) = P\left(X(t) = 1/x_1(u) = \frac{s(u)}{S}\right) \cdot \frac{s(u)}{S}$$

$$= \left[\pi + k_1^1 e^{m_1 (t-u)} + k_2^1 e^{m_2 (t-u)}\right] \cdot \frac{s(u)}{S}$$

avec $$k_1^1 = \frac{\lambda \frac{n_1(u)}{N} + m_1 \frac{s(u)}{S} + (m_2 + \mu c)\pi}{m_1 - m_2}$$

$$k_2^1 = \frac{\lambda \frac{n_1(u)}{N} + m_2 \frac{s(u)}{S} + (m_1 + \mu c)\pi}{m_2 - m_1}$$

On tire de là :

$$E\left(\frac{s(u)}{S}\right) \cdot \frac{s(t)}{S} = E\left[\pi \frac{s(u)}{S} + \frac{\lambda}{m_1 - m_2}\left(\frac{n_1(u)}{N}\right) \cdot \frac{s(u)}{S} \cdot \left[e^{m_1(t-u)} - e^{m_2(t-u)}\right]\right.$$

$$+ \frac{\pi}{m_1 - m_2} \cdot \frac{s(u)}{S} \cdot \left[(m_2 + \mu c)e^{m_1(t-u)} - (m_1 + \mu c)e^{m_2(t-u)}\right]$$

$$\left. + \left(\frac{s(u)}{S}\right)^2 \frac{1}{m_1 - m_2}\left[m_1 e^{m_1(t-u)} - m_2 e^{m_2(t-u)}\right]\right]$$

A l'asymptote

$$\frac{n_1(u)}{N} = \pi$$

Comme d'autre part

$$E\left(\frac{s(u)}{S}\right) = x_1(u) \quad \text{et} \quad E\left[\left(\frac{s(u)}{S}\right)^2\right] = x_1^2(u) + \frac{x_1(u)\,[1-x_1(u)]}{S}$$

On obtient :

$$E\left[\frac{s(u)}{S} \cdot \frac{s(t)}{S}\right] = \left[\pi + \frac{\pi}{m_1-m_2}\left(m_2 e^{m_2(t-u)} - m_1 e^{m_1(t-u)}\right)\right] \cdot x_1(u)$$

$$+ \frac{1}{m_1-m_2}\left(m_1 e^{m_1(t-u)} - m_2 e^{m_2(t-u)}\right)\left[x_1^2(u) + \frac{x_1(u)\,[1-x_1(u)]}{S}\right]$$

Ceci nous conduit au théorème suivant :

Théorème 7

Dans le modèle à temps continu, à N éléments, à processus de renforcement de type Poisson non contingent, et à l'asymptote, le processus $\{\frac{s(t)}{S} \; ; \; t \geq 0\}$ pour t_o grand, est distribué selon un processus normal ayant pour fonction moyenne

$$x_1(t) = \pi + \frac{m_1[\,x_1(t_o) - \pi\,]}{m_1 - m_2} e^{m_1(t-t_o)} + \frac{m_2[\,x_1(t_o) - \pi]}{m_2 - m_1} e^{m_2(t-t_o)}$$

et pour noyau de covariance :

$$k(u,t) = \left[\pi + \frac{\pi}{m_1 - m_2}\left(m_2 e^{m_2(t-u)} - m_1 e^{m_1(t-u)}\right)\right] x_1(u) - x_1(u).\, x_1(t)$$

$$+ \frac{1}{m_1 - m_2}\left(m_1 e^{m_1(t-u)} - m_2 e^{m_2(t-u)}\right)\left[x_1^2(u) + \frac{x_1(u)[\,1 - x_1(u)\,]}{S}\right]$$

où $0 < u < t$

Par conséquent, si on considère ce processus à intervalles de temps réguliers, par exemple aux instants t_o , $t_o + T$, $t_o + KT$ pour $k = 0, 1, \ldots, K$; on obtient $K + 1$ observations distribuées normalement et corrélées entre elles. Heureusement, il est possible, grâce au théorème 7 de calculer la matrice de covariance de ces observations que l'on appelera $\sum_s$ dans laquelle s est un vecteur des observations :

$$s = \begin{matrix} \frac{S(t_o)}{S} \\ \frac{S(t_o + T)}{S} \\ \vdots \\ \frac{S(t_o + KT)}{S} \end{matrix} \qquad \text{ayant pour vecteur moyenne} \quad \mu = \begin{matrix} x_1(t_o) \\ x_1(t_o + T) \\ \vdots \\ x_1(t_o + KT) \end{matrix}$$

et pour matrice de covariance $\sum_s$.

On sait qu'il existe une transformation linéaire P telle que $P' \sum_s P = I$

$\sum_s$ permet de calculer P et on peut définir :

$$\tilde{S} = P's$$
$$\tilde{\mu} = P'\mu$$

et pour noyau de covariance :

$$k(u,t) = \left[\pi + \frac{\pi}{m_1 - m_2}\left(m_2 e^{m_2(t-u)} - m_1 e^{m_1(t-u)}\right)\right] x_1(u) - x_1(u) \cdot x_1(t)$$

$$+ \frac{1}{m_1 - m_2}\left(m_1 e^{m_1(t-u)} - m_2 e^{m_2(t-u)}\right)\left[x_1^2(u) + \frac{x_1(u)[1 - x_1(u)]}{S}\right]$$

où $0 < u < t$

Par conséquent, si on considère ce processus à intervalles de temps réguliers, par exemple aux instants t_o , $t_o + T$, $t_o + KT$ pour $k = 0, 1, \ldots, K$; on obtient $K + 1$ observations distribuées normalement et corrélées entre elles. Heureusement, il est possible, grâce au théorème 7 de calculer la matrice de covariance de ces observations que l'on appelera $\sum_s$ dans laquelle s est un vecteur des observations :

$$S = \begin{matrix} \frac{S(t_o)}{S} \\ \frac{S(t_o + T)}{S} \\ \vdots \\ \frac{S(t_o + KT)}{S} \end{matrix} \qquad \text{ayant pour vecteur moyenne } \mu = \begin{matrix} x_1(t_o) \\ x_1(t_o + T) \\ \vdots \\ x_1(t_o + KT) \end{matrix}$$

et pour matrice de covariance $\sum_s$.

On sait qu'il existe une transformation linéaire P telle que $P' \cdot \sum_s \cdot P = I$

$\sum_s$ permet de calculer P et on peut définir :

$$\tilde{S} = P's$$
$$\tilde{\mu} = P'\mu$$

On tire de là $\sum_{\tilde{S}} = P' \sum_{s} P = I$, ce qui démontre que le vecteur aléatoire $\tilde{S}$ a une distribution normale avec pour moyenne $\tilde{\mu}$ et pour matrice de covariance la matrice unité (les éléments de $\tilde{S}$ ne sont plus corrélés), c'est dire que la statistique $(\tilde{s} - \tilde{\mu})' (\tilde{s} - \tilde{\mu})$ a une distribution du χ^2 avec K + 1 degrés de liberté. Comme cette distribution fait intervenir les trois paramètres du modèle λ , c et N et que nous avons pu tirer par la méthode des moments les estimateurs de λ et de c, on a donc une fonction de N qu'il nous suffit de minimiser pour obtenir l'estimateur de N que nous voulons. Remarquons que l'utilisation d'un calculateur est impératif, compte tenu de la complexité des calculs à effectuer. Remarquons également qu'après minimisation de ce χ^2, la valeur minimum que l'on obtient peut nous servir d'indicateur sur la validité plus ou moins grande du modèle proposée et de l'approche choisi.

E - Methode du pseudomaximum de vraisemblance (voir [42] et [43]).

a) La méthode

Reprenons la méthode du maximum de probabilité et l'égalité (1.4.2.) qui exprime la fonction de probabilité :

$$(1.4.18.) \qquad L = \prod_{i=1}^{n} P\,(X_i \,/\, X_{i-1}, \ldots, X_1)$$

Supposons maintenant que les variables aléatoires $X_1, X_2, \ldots, X_n$ ne sont plus indépendantes.

Deux cas se présentent alors :

i) Les variables $X_1, \ldots, X_n$ forment une chaine de Markov d'ordre k

On peut alors écrire, après simplification :

$$(1.4.19.) \qquad L = \left[\prod_{i=1}^{k+1} P(X_i/X_{i-1}, \ldots, X_1)\right] \left[\prod_{i=k+2}^{n} P(X_i/X_{i-1}, \ldots, X_{i-k})\right]$$

Chacun des termes ainsi écrit est une fonction des paramètres que l'on doit estimer. On peut alors appliquer la même méthode que précédemment et transformer (1.4.19.) en :

$$(1.4.20.) \qquad L = \prod_{i=1}^{k+1} P_{I_1, I_2, .., I_i}^{n_{I_1, I_2, .., I_i}} \prod_{i=k+2}^{n} P_{I_1, I_2, .., I_k}^{n_{I_1, I_2, .., I_k}}$$

Dans cette formule $P_{I_1,....I_i}$ est la probabilité de transition de l'état I_1, à l'état I_i lorsqu'on suit le chemin représenté par les états I_2, I_3, $....I_{i-1}$; i = 1, 2,....k.

Ces fonctions sont définies par le modèle choisi et sont exprimées à l'aide des paramètres que l'on désire estimer.

$n_{I_1, I_2,.....I_i}$ pour i = 1, 2,..., k représente le nombre de fois au cours de l'expérimentation où le chemin représenté par les états successifs I_1, I_2, ..., I_i a été parcouru.

On poursuit alors comme précédemment. L'estimation ainsi effectuée rentre encore dans le cadre de l'estimation par maximum de probabilité.

2. - LES VARIABLES X_1 , X_2,.....X_n FORMENT UNE CHAINE DE MARKOV D'ORDRE INFINI (voir [17] , [58] , [59] et [66]).

Il est alors impossible d'appliquer la méthode sans modification, le nombre de fonctions de transition devenant infini.
On adopte alors l'attitude suivante :
on remplace la fonction de probabilité par une pseudo-fonction de probabilité

L où l'on remplace $P\ (X_i\ /\ X_{i-1}\ ,.....X_1)$ par $P\ (X_i\ /\ X_{i-1},\ .....\ X_{i-k})$,

pour $i = k + 1,\ k + 2,....$

On fait alors une estimation des paramètres $\lambda_1, \lambda_2,.....,\lambda_p$ selon la méthode mise en place, ce qui donne les estimateurs :

$$\lambda_1^k,....., \lambda_p^k$$

On connaît peu de choses sur les vertus d'une telle estimation (voir Lamperti et Suppes [42]). On voit toutefois que lorsque $k \longrightarrow \infty$ sous certaines conditions, la limite de λ_i^k est λ_i, l'estimateur du maximum de probabilité.

Il devient alors logique de mettre en place l'algorithme de calcul suivant :

Pour k = 1, 2, 3,... on se livre à une estimation du pseudomaximum de probabilité d'ordre k, et on examine la différence des estimateurs ainsi obtenus lorsque k croît. Dès que cette différence devient inférieure à un ε fixé au départ, on arrête la procédure d'estimation.

Exemple : Dans la section I.4, nous avons vu que :

$$P\ \{\ A_{1,t+T}\ /\ A_{1,t}\ \} = \pi + k_1 e^{m_1 T} + k_2 e^{m_2 T}$$

$$P\ \{\ A_{2,t+T}\ /\ A_{1,t}\ \} = 1 - \left[\pi + k_1 e^{m_1 T} + k_2 e^{m_2 T}\right]$$

$$P\ \{\ A_{1,t+T}\ /\ A_{2,t}\ \} = \pi + k_1^1 e^{m_1 T} + k_2^1 e^{m_2 T}$$

$$P\ \{\ A_{2,t+T}\ /\ A_{2,t}\ \} = 1 - \left[\pi + k_1^1 e^{m_1 T} + k_2^1 e^{m_2 T}\right]$$

où

$$k_1 = \frac{\lambda \frac{n_1(t)}{N} + m_1 + (m_2 + \mu c)\,\pi}{m_1 - m_2} \qquad k_1^1 = \frac{\lambda \frac{n_1(t)}{N} + (m_2 + \mu c)\,\pi}{m_1 - m_2}$$

$$k_2 = \frac{\lambda \frac{n_1(t)}{N} + m_2 + (m_1 + \mu c)\,\pi}{m_2 - m_1} \qquad k_2^1 = \frac{\lambda \frac{n_1(t)}{N} + (m_1 + \mu c)\,\pi}{m_2 - m_1}$$

puisque au temps t, la réponse donnée est A_1, on a $X(t) = 1$; autrement, la réponse donnée est A_2 et $X(t) = 0$; k_1, k_2, k_1^1, k_2^1 dépendant encore de $\frac{n_1(t)}{N}$. Toutefois à l'asymptote, on a vu que $\lim_{t\to\infty} \frac{n_1(t)}{N} = \pi$.

Donc

$$\lim_{t\to\infty} P\{A_{1,t+T} / A_{1,t}\} = \pi + \frac{(1-\pi)\left[m_1 e^{m_1 T} - m_2 e^{m_2 T}\right]}{m_1 - m_2}$$

$$\lim_{t\to\infty} P\{A_{2,t+T} / A_{1,t}\} = \frac{1-\pi}{m_1 - m_2}\left[m_1 (1-e^{m_1 T}) - m_2 (1-e^{m_2 T})\right]$$

$$\lim_{t\to\infty} P\{A_{1,t+T} / A_{2,t}\} = \pi - \frac{\pi\left[m_1 e^{m_1 T} - m_2 e^{m_2 T}\right]}{m_1 - m_2}$$

Ceci nous conduit à la matrice de transition suivante :

	$X(t+T) = 1$	$X(t+T) = 0$
$X(t) = 1$	$\pi + \dfrac{(1-\pi)\left[m_1 e^{m_1 T} - m_2 e^{m_2 T}\right]}{m_1 - m_2}$	$1-\pi - \dfrac{(1-\pi)\left[m_1 e^{m_1 T} - m_2 e^{m_2 T}\right]}{m_1 - m_2}$
$X(t) = 0$	$\pi - \pi \dfrac{m_1 e^{m_1 T} - m_2 e^{m_2 T}}{m_1 - m_2}$	$1-\pi + \pi \dfrac{m_1 e^{m_1 T} - m_2 e^{m_2 T}}{m_1 - m_2}$

posons : $u = \dfrac{m_1 e^{m_1 T} - m_2 e^{m_2 T}}{m_1 - m_2}$

la matrice de transition devient lorsque $t \longrightarrow + \infty$

(1.4.21.)

	$X(t+T) = 1$	$X(t+T) = 0$
$X(t) = 1$	$\pi + (1 - \pi)\, u$	$(1 - \pi)\,(1 - u)$
$X(t) = 0$	$\pi (1 - u)$	$1 - \pi (1 - u)$

Asymptotiquement, les probabilités de transition ne dépendent plus que de T, m_1, m_2. On peut donc considérer que nous avons une chaine de Markov, si l'on prend soin de ne prendre en compte que les réponses données à intervalle de temps régulier T. Dans ces conditions, une estimation par pseudomaximum de vraisemblance au premier ordre doit donner de bons résultats. Il est facile de voir que la quantité $1 - u$ devient alors la racine la plus grande de l'équation du second degré:

FIGURE 10

-=-=-

RESULTATS DE L'ESTIMATION DE α PAR LA METHODE DU PSEUDOMAXIMUM DE VRAISEMBLANCE POUR LE MODE[illegible] UN ELEMENT ET A TEMPS CONTINU.

SUJET N°	SESSION 1	SESSION 2	SESSION 3	SESS
1	0.136	0.133	0.203	0.0
2	0.059	0.057	0.075	0.0
3	0.143	0.433	0.643	0.1
4	0.048	0.145	0.050	0.0
5	0.044	0.02	0.097	0.0
6	0.108	0.020	0.057	0.0
7	0.089	0.022	0.051	0.0
8	0.242	0.059	0.179	0.0
9	0.046	0.029	0.098	0.0
10	0.074	0.027	0.072	0.0
11	0.154	0.090	0.170	0.
12	0.158	0.184	0.296	0.0
13	0.215	0.360	0.189	0.

$$\pi\ (1-\pi)\left[\sum_{i=1}^{2}\ \sum_{j=1}^{2} r_{ij}\right]\ u^2 + \left[-(1-2\pi)(1-\pi)\ r_{11} - (1-2\pi+2\pi)^2\left(r_{12}+r_{21}\right) + \pi\ (1-2\pi)\ r_{22}\right] u$$

$$+\ (1-\pi)^2\ r_{11} - \pi(1-\pi)\ (r_{12}+r_{21}) + \pi^2\ r_{22} = 0$$

dans laquelle les quantités r_{ij} représentent le nombre d'une transition A_i à une réponse A_j $(i,j = 1, 2)$.

Pour de plus amples détails, voir [66]. La figure 10 donne les résultats de cette méthode quand elle est appliquée aux données de la figure 9.

Pour conclure cette section, il nous faut remarquer qu'il est possible de définir d'autres méthodes d'estimation basées presque toujours sur des optimisations de fonction ou sur une théorie des distributions. Toutefois, les méthodes que nous venons d'illustrer par des exemples constituent un ensemble qu'il est possible d'appliquer dans la presque totalité des cas et qui constituent par cela même un des moyens d'analyse les plus opérationnels que nous ayons à notre disposition.

5. - TESTS D'HYPOTHESES ; ADEQUATION A LA REALITE ; VALIDITE DU MODELE

Nous en sommes arrivés au point où nous possédons toutes les données théoriques et pratiques sur le modèle que nous avons défini. Il s'agit maintenant de décider de la validité de ce modèle et de porter un jugement quant à la possibilité de l'utiliser tel quel, ou quant à la necessité de le transformer ou de l'abandonner. Ce genre de décision se prend sur la base de tests ou de mesures qui sont autant d'indications quant à la validité des hypothèses émises et la concordance plus ou moins grande entre les prédictions du modèle et les mesures expérimentales. C'est ce dernier point de la modélisation stochastique que nous allons maintenant développer dans cette section.

En gros, les tests que l'on peut effectuer tombent dans trois catégories : les tests spécifiques qui concernent une variable aléatoire ou un processus stochastique simple ; les tests globaux qui font intervenir dans le même calcul plusieurs ensembles d'observations ou plusieurs ensembles d'éléments ; et les jugements généraux qui essaient de tirer des tests précédents une vue d'ensemble qui intègre tous les jugements plus ou moins parcellaires qui ont pu avoir lieu. Ce n'est plus ici le lieu de développer une théorie des tests spécifiques dont on trouvera une excellente description dans [5] et [34] .

Pour ce qui est des tests globaux, on vient d'en parler à la section précédente du point de vue de l'estimation ; qu'il s'agisse de la méthode des moindres carrés, du maximum de vraisemblance, du pseudomaximum de vraisemblance, du χ^2 minimum avec ou sans décorrélation préalable, ou des méthodes de calcul optimal couplées avec l'utilisation de l'informatique (simulation avec variation de paramètres et règle d'arrêt basée la minimisation des fonctions de coût, comme par exemple dans les modèles Bayésiens), ces tests globaux ont l'avantage de fournir simultanément deux sous-produits : D'une part l'estimation des paramètres, et d'autre part une mesure quantitative de l'écart plus ou moins grand qui existe entre la réalité et la prédiction du modèle. Dans beaucoup de cas, il suffit alors que l'on ait quelques notions de la distribution de la valeur numérique de ce test global, pour que l'on puisse immédiatement porter un jugement de valeur sur la validité des hypothèses émises. C'est ce qui explique l'utilisation de telles méthodes (voir [7] et [23] , à ce sujet).

Un problème plus difficile apparait lorsque diverses méthodes d'estimation ou de tests faits indépendemment les uns des autres sur le même modèle conduit à des résultats différents. Qui croire alors ? et comment s'y prendre pour se faire malgré tout une idée générale des résultats? C'est souvent le cas dans les théories de l'apprentissage où plusieurs ensembles de données, indépendants les uns des autres, se rapportent au même problème. Ainsi, il est possible que plusieurs expériences faites dans des laboratoires différents et selon des protocoles expérimentaux différents se rapportent au même problème, (par exemple, des expériences sur l'élaboration des concepts).

Une approche possible pour émettre un jugement global consiste alors à mettre en dénominateur commun une statistique qui indexe pour chacune des expériences une variable aléatoire dont la définition est la même partout, (par exemple, un χ^2 dérivé d'une table de contingence entre deux facteurs qui apparaissent simultanément dans toutes les expériences).

Alors en admettant que chaque expérience ait la même valeur, on se trouve dans le cas où l'on a autant de variables aléatoires qu'il y a d'expériences, et où chacune d'entre elles sous l'hypothèse H_o que l'on essaye de tester partout, a pour espérance mathématique o et pour variance 1. Il suffit alors d'appliquer le théorème limite central du calcul des probabilités qui indique que la somme de ces statistiques a une distribution qui converge vers la loi normale. On peut alors tester sur l'ensemble des résultats obtenus la validité de l'hypothèse H_o. D'autres techniques ont également fait l'objet d'études dans ce domaine (voir [4] et [50] à ce sujet).

Nous ne développerons pas plus avant ce problème.

CONCLUSION

Nous voici arrivés à la fin de ce premier chapitre qui était consacré à la formalisation, au développement et au test des modèles stochastiques. Nous avons illustré toute la démarche à suivre par une application concrète à des modèles d'apprentissage particuliers. Tous les schémas statistiques que l'on a mis au point ont bien sûr une utilité intrinsèque, mais leur véritable exploitation ne devient réellement utile que si l'informatique amène les moyens de calcul et d'analyse nécessaires.

Ce que nous venons de voir tout au long de ce chapitre prend alors un relief particulier. Cela deviendra apparent au fur et à mesure que l'on développera les chapitres II et III et prendra une forme très concrète avec le package ASMAT dont nous parlerons plus loin.

C H A P I T R E II

CONCEPTION DE SYSTEMES INFORMATIQUES SPECIALISES A L'ENSEIGNEMENT ASSISTE PAR ORDINATEUR

Dans ce chapitre, nous nous intéressons essentiellement aux aspects hardware et software des systèmes spécialisés à l'enseignement assisté par ordinateur. Nous essaierons de dégager une conception d'ensemble de ces systèmes, basée d'abord sur une analyse des fonctions à remplir, puis sur une organisation du hardware développé à partir des matériels existants.

En 1966, [12] avait déjà posé le problème sous l'angle économique. Nous nous attacherons également à poser les calculs de charge qui mettent en évidence les limites d'utilisation de tels systèmes, puis à définir les modes d'exploitations qui permettront de les intégrer dans la vie courante. Cette façon de voir les problèmes dérive directement de concepts exposés en [24] et essaie de tenir compte des contraintes exposées en [53] et des recommandations exprimées en [47] .

Après avoir étudié dans quatre sections successives, les problèmes que posent selon cette optique, la communication élève-machine, la communication professeur-machine, les analyses de résultats et la gestion de

l'ensemble, une cinquième section sera consacrée à l'intégration de ces analyses partielles en un tout cohérent : le projet Jean BERNARD (voir description en [22]), basé sur le CII 90.80 de l'IRIA, sera pris comme modèle pour une exploitation de taille moyenne, alors que le DIRIA servira d'exemple à la conception de petits systèmes spécialisés.

Ce chapitre se terminera par une conclusion consacrée aux extensions possibles de tels systèmes à des domaines autres que celui de l'enseignement.

1. - LES TACHES RELATIVES A LA COMMUNICATION ELEVE/MACHINE.

Ces tâches peuvent se décomposer en quatre parties : l'enregistrement des réponses des élèves, les analyses de réponse, la détermination du chemin que doivent suivre les élèves (c'est-à-dire la stratégie pédagogique), la gestion des items devant être présentés aux élèves.

A - Enregistrement des réponses des élèves.

Nous partons du principe que la réponse de l'élève est donnée soit sous la forme d'une suite de caractères frappés sur un clavier, soit sous forme d'un pointage sur un écran à l'aide d'un stylo photoélectrique, soit sous toute autre forme de communication de l'homme vers la machine.

Plaçons-nous dans le cas le plus défavorable pour l'enregistrement de la réponse, qui est celui où elle est donnée sous forme d'une suite de caractères ; le cas où elle serait donnée par un graphisme libre de l'élève est encore prématuré. Dans tous les autres cas, la réponse à fournir est plus condensée, et les problèmes d'enregistrement des réponses plus faciles à résoudre. Chaque caractère frappé créé une interruption machine, nécessite un dépôt du caractère dans une zone tampon spécialisée et déclenche une analyse de la réponse lorsqu'on arrive en fin de message. Les contraintes que cet enregistrement des réponses impose sont de deux ordres : la création d'une zone tampon importante, et l'utilisation d'un certain temps machine pour le prétraitement d'abord, et le traitement ensuite de la réponse. Essayons d'évaluer ces deux quantités.

Dans le projet Jean BERNARD, où les élèves sont essentiellement des médecins se spécialisant à l'hématologie, il apparait, après expérimentation, que la plupart des réponses des élèves est de l'ordre de quelques caractères ou de quelques dizaines de caractères, avec parfois des réponses qui peuvent aller jusqu'à 30 ou 40 caractères, rarement plus.
Il est prévu que, dans le cas des réponses quasi-libres, les élèves puissent aller jusqu'à deux lignes de texte sur machine à écrire de type SPERAC 1005 à boule ou tube cathodique à caractères, de type INFOTON par exemple.
Ces deux terminaux sont aujourd'hui en opération dans le cadre de ce projet à l'IRIA. Alors, la réponse des élèves pourrait être de l'ordre d'une soixantaine de caractères, mais ne dépassera en aucun cas 100 à 120 caractères.
Le problème du dépot de ces caractères dans une zone tampon intermédiaire est différent selon qu'il s'agit d'un petit système spécialisé à l'enseignement assisté par ordinateur, tel que le DIRIA dont nous donnerons la conception générale en fin de chapitre, d'un système moyen ou gros lui aussi spécialisé à l'enseignement assisté par ordinateur, tel que le CII 90.80 de l'IRIA ou d'un système moyen ou gros d'utilisation générale, pour lequel le système d'enseignement assisté par ordinateur ne constitue qu'une des partitions prises en compte par le moniteur (IBM 360-50 et au-dessus, par exemple).

a) Petit système spécialisé à l'enseignement assisté par ordinateur.

Dans ce cas, il est difficile de garder en mémoire centrale, l'ensemble de la réponse de l'élève. En effet, en admettant qu'il y ait une trentaine de postes d'enseignement sur un système de ce type, et qu'il faille prévoir une vingtaine ou une trentaine de caractères par réponse, cela ferait déjà 1 K octets en zone tampon à réserver rien que pour cet usage. Bien plus, il faudrait également refuser d'avoir des réponses ayant une longueur plus grande.

Or, dans le cas de l'enseignement de l'informatique par l'utilisation de langages conversationnels, comme on le conçoit par exemple au Centre d'Informatique de Toulouse, via BASIC ou APL (voir [46], [56] et [61]), il est impossible de se limiter à des réponses de moins d'une ligne de texte c'est-à-dire environ 60 caractères.

FIGURE 11

DIVERSES SOLUTIONS POUR L'EMPLACEMENT ET LA TAILLE DES ZONES TAMPON AFFECTEES A L'ENREGISTREMENT DES REPONSES DES ELEVES .

SOLUTION 1

N Terminaux ⟶

Réponse des élèves arrivant caractère par caractère

MEMOIRE CENTRALE

N zones tampon

- N Zones tampon fixes
- Taille maximum θ pour chaque zone
- Place occupée = Nθ en mémoire centrale

SOLUTION 2

N Terminaux ⟶

Réponse des élèves arrivant caractère par caractère

MEMOIRE CENTRALE

N' < N zones tampon en allocation dynamique

- N' zones tampon fixes
- Taille maximum θ pour chaque zone
- Place occupée = N'θ < Nθ en mémoire centrale
- risque α lié à N', N et p (voir diagramme 1 en exemple)

SOLUTION 3

N Terminaux ⟶

Réponse des élèves arrivant caractère par caractère

MEMOIRE CENTRALE

M zones tampon en allocation dynamique chaînée

- M zones tampon de faible dimension
- taille θ pour chaque zone
- Place occupée M θ en mémoire centrale
- risque α lié à N, M, θ , p et à la distribution de la longueur des réponses élèves (voir diagramme 2)

SOLUTION 4

N Terminaux ⟶

Réponse des élèves arrivant caractère par caractère

Vidage des tampons intermédiaires

MEMOIRE CENTRALE

N' zones tampons intermédiaire N' ≥ N

MEMOIRE AUXILIAIRE

N zones fixes

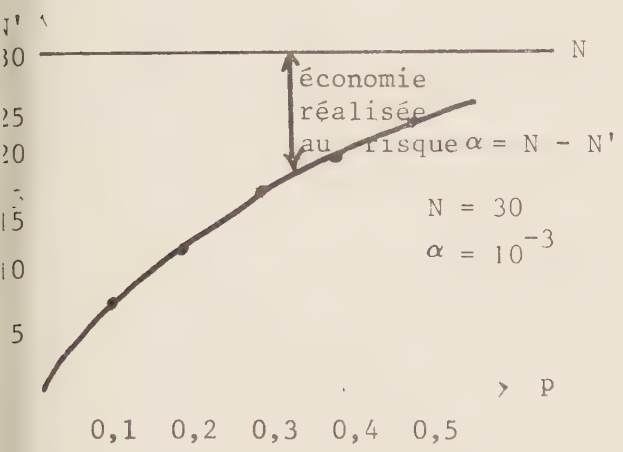
Vidage pour analyse de réponse

- les N' zones tampons intermédiaires sont de taille θ faible
- les N zones tampons fixes en mémoire auxiliaire sont de taille Θ maximum
- pas de risque
- Nombre de vidages des tampons intermédiaires dans les zones fixes dépendant de N, N', θ ,p et de la distribution de la longueur des réponses élèves (voir diagramme 3).

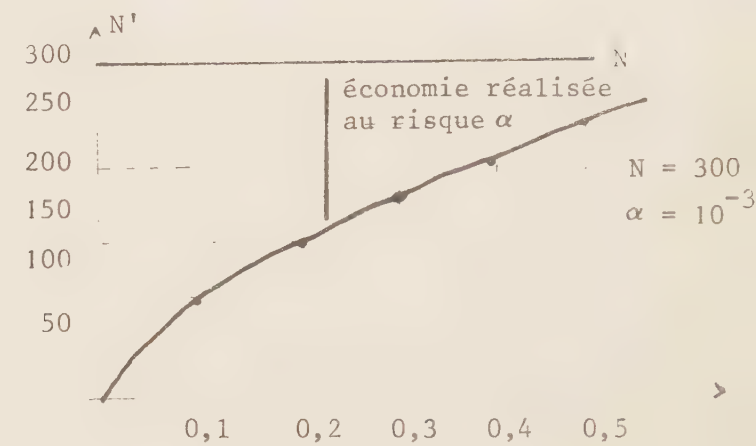
FIGURE 11 (suite)

DIAGRAMME 1

N' est déterminé par la relation fonctionnelle $Prob(X \geq N') \leq 1 - \alpha$
où X a une distribution normale pN, Np(1-p)



exemple 1



exemple 2

DIAGRAMME 2

- En admettant un mot pour le chaînage des zones tampons, la taille utile d'une zone est de $\theta - 1$ mots.
- Pour i = 1, 2,...,I on appelle p_i la proportion des réponses qui occuperont i zones tampons au total.
- On peut alors combiner l'utilisation du diagramme 1 pour le calcul du nombre de réponses N' en cours d'enregistrement à l'instant t et le fait qu'il faudra alors avoir p_i N' zones de i tampons, soit au total

$$M = \sum_{i=1}^{I} i\, p_i\, N' = N' \cdot \left(\sum_{i=1}^{I} i\, p_i \right)$$ zones tampons, au lieu de N'.I zones.

- Gain réalisé = N' (du diagramme 1) x (I - m) blocs tampons $- \left(\frac{N' m}{\theta} \right)$

avec $m = \sum_{i=1}^{I} i\, p_i$

Exemple : 90 % des réponses occupent 1 bloc ; 10 % occupent 10 blocs ; $\theta = 8$

$m = 1,9$ I = 10 gain = $8,1 \times N' - \frac{N'}{4}$

pour N = 30 ; $\alpha = 10^{-3}$; p = 0,3 ⟶ gain ≃ 138 blocs de 8 mots

pour N = 300 ; $\alpha = 10^{-3}$; p = 0,3 ⟶ gain = 1307 blocs de 8 mots

FIGURE 11 (suite)

-=-=-

DIAGRAMME 3

- En partant du diagramme 2, on s'aperçoit que le nombre Y de vidages des tampons intermédiaires en mémoire auxiliaire par réponse est de :

$$Y = \sum_{i=1}^{I} i\, p_i$$

- En moyenne, on peut compter une réponse par minute et par terminal, soit $\frac{N}{60}$ réponses/seconde.

- Le nombre V d'appels disque pour opérer ces vidages est donc approximativement de :

$$V = \frac{N}{60} \left(\sum_{i=1}^{I} i\, p_i \right)$$

Exemple : $N = 30$; $\theta = 8$ mots ; $\begin{cases} i = 1 & p_i = 0,9 \\ i = 10 & p_i = 0,1 \end{cases}$

Taille maximum de réponse : 70 mots

1°) Taille minimum des zones-tampons en mémoire centrale : 240 mots

2°) Gain de taille en mémoire centrale par rapport à une solution de type 1 : 2160 mots

3°) Nombre d'appels disque supplémentaires : 1 appel/seconde.

Si donc on veut autoriser ce genre de réponse, il faudrait même aller jusqu'à 2 K octets en zone tampon pour les réponses des élèves, ce qui pénaliserait beaucoup trop une petite machine dont on espère qu'elle ne dépassera pas 12 K bytes en mémoire centrale. Il faut donc trouver une autre solution.

Une solution possible consiste à avoir deux zones tampon, une par zone mémoire auxiliaire à accès rapide (disque ou tambour par exemple), qui servirait à enregistrer la réponse globale, et une zone plus réduite, en unité centrale, qui servirait de zone intermédiaire de dépôt de caractères de la réponse élève. On peut alors adopter une organisation telle que celle décrite dans la figure 11, la zone tampon intermédiaire en mémoire centrale comporte M blocs et n caractères par bloc (par exemple, des blocs de huit bytes). Un de ces blocs est assigné à chaque élève en train de donner une réponse. Lorsqu'on arrive en fin de bloc, on décharge son contenu de huit bytes dans la zone tampon auxiliaire, sous contrôle du moniteur dans une opération dite de "Housekeeping", c'est-à-dire de "gestion interne de systeme". On peut alors évaluer des tailles des volumes à garder en mémoire centrale et en mémoire auxiliaire pour cette tâche, ainsi que le nombre moyen d'appels disque supplémentaires que ces contraintes introduisent.

Soit p le pourcentage de temps pendant lesquels les élèves sont en train de donner une réponse au niveau du terminal. On peut évaluer p de la manière suivante :

En enseignement assisté par ordinateur de type linéaire, avec des séries parallèles de rattrapage, on envoie en moyenne quatre items écrits pour une ou deux questions. Chaque item écrit dure 20 à 30 secondes sur l'écran, ou la machine à écrire, ce qui signifie qu'en moyenne toutes les deux minutes, l'élève soumis à cet enseignement doit taper deux réponses de 20 à 30 caractères. Compte tenu du fait que l'étudiant moyen tape à la vitesse de un caractère/seconde (les meilleures dactylos tapent à la vitesse d'environ quatre caractères/seconde), cela signifie que cet élève doit passer environ une minute toutes les trois minutes à taper des réponses, soit $p = 1/3$.

Dans une situation d'enseignement de l'informatique par un langage conversationnel (BASIC ou autre), on se trouve dans une situation où l'écriture d'un programme d'environ quinze lignes correspond à une séance de 30 à 40 minutes sur calculateur. Chaque ligne représentant en moyenne une trentaine de caractères, et ayant été écrite une ou deux fois (à cause des erreurs d'écriture), au bout de 30 à 40 minutes, et toujours en comptant une fréquence de frappe d'environ un caractère par seconde, l'élève aura passé 15 à 20 minutes à taper ce message, soit un maximum de 50% de son temps.

D'une manière générale, après un dépouillement des expériences rapportées dans la littérature, on s'aperçoit que la quantité p varie selon les cas de 0,1 à 0,5 avec un pic de fréquence aux alentours de 0,3.

Revenons maintenant à l'évaluation des zones tampons à affecter en mémoire centrale de la petite machine spécialisée. Supposons que l'enseignement en cours se fasse sur un ensemble de N terminaux (N est de l'ordre de quelques dizaines). A tout instant t, un nombre M de terminaux est en train de taper des messages. La distribution de M est une binomiale sur N, avec comme paramètre p, ce qui donne :

$$E(M) = p\,N \text{ et } \sigma_M^2 = N.\,p\,(1-p)$$

A un instant t donné, il faut donc avoir au moins $p\,N$ blocs disponibles en mémoire centrale pour l'acquisition des réponses en cours de frappe, et éventuellement quelques blocs disponibles pour prendre le relai de ceux en terminaison d'écriture des réponses, si le moniteur n'a pas eu le temps de vider un des blocs écrits avant que l'élève ne tape le caractère suivant de sa réponse, c'est-à-dire si le moniteur risque de prendre plus d'une seconde pour vider le bloc tampon affecté à une réponse qui vient d'être rempli. On peut voir en figure 11 des évaluations de taille de la zone tampon en mémoire centrale, de la zone auxiliaire en accès rapide, du nombre moyen d'appel disques supplémentaires, et de la fréquence moyenne des tâches de "Houskeeping" correspondant à différentes valeurs de N et de p.

b) Système de taille moyenne ou grosse spécialisé à l'enseignement assisté par ordinateur.

Le nombre de terminaux qu'il est alors possible d'alimenter à partir de ce genre de système peut passer à quelques centaines. Cette fois, il est parfaitement envisageable de garder en mémoire centrale la totalité des zones tampon qui enregistreront les réponses en cours de frappe, et d'utiliser alors une allocation dynamique de ce tampon. Cette allocation dynamique peut alors se faire de deux manières différentes : ou bien on accepte des blocs d'environ cent caractères comme étant la taille maximum d'une réponse, et on calcule de la même manière que précédemment la répartition du nombre de ces blocs qui sont utilisés à l'instant t donné ; on a alors, pour un risque précisé à l'avance, le nombre n_o de mémoires tampon à prévoir :

Exemple : faisons N = 1 200 et supposons que p = 1/4. M a alors une distribution binomiale (1 200 ; 0,25). Cette binomiale peut être approchée par une loi normale.

Nous désirons calculer le nombre n_o de mémoires tampon à prévoir par la condition :

$$P\ (N \geqslant n_o) < 1 - 10^{-3}$$

avec N $\sim$ Normale ($\mu = 300$; $\sigma^2 = 225$) ;

ce qui donne $n_o = 300 + 3{,}05 \times 15 = 350$.

Avec 350 blocs, on est sûr, dans ce cas, que la probabilité que toute la zone réservée soit utilisée, et qu'on ne puisse pas prendre en compte immédiatement une nouvelle réponse d'un élève, est inférieure à 10^{-3}.

Si on fait le calcul pour un rapport moyen p de $\frac{1}{10}$ entre le temps passé par les élèves en réponse et celui passé en apprentissage, on trouve $n_o = 45$, ce qui est beaucoup plus faible.

En réalité, si p est le pourcentage du temps que passe en moyenne chaque élève à répondre et N est le nombre de terminaux envisagé, on peut écrire, au risque $\alpha = 10^{-3}$:

$$n_o = p.\ N + 3{,}05 \times \sqrt{Np\ (1 - p)}.$$

Exemple :

N = 1 200	p = 0,25	n_o = 350
N = 1 200	p = 0,1	n_o = 45
N = 100	p = 0,25	n_o = 34

Ainsi, dans l'hypothèse de 1200 terminaux connectés et en opération, dans le premier cas (réservation de 1 mémoire tampon par élève), il faudrait réserver 120 K caractères de mémoire centrale, alors que dans le second cas, (pool de blocs tampons pour la réponse), il n'en faudra que 35 K au maximum. Cela montre l'intérêt considérable qu'il peut y avoir à analyser préalablement les données expérimentales relatives à une application. Dans le cas particulier de l'hématologie, avec p = 0,3 et N = 16, on a :

$$n_o = 0,3 \times 16 + 3,05 \sqrt{16 \times 0,3 \times 0,7} = 10,3 \simeq 11$$

On voit alors que le gain de place de 16 - 11 = 5 blocs dû à la méthode est d'environ 1/2 k caractères, c'est-à-dire 120 mots machine ; ce gain est trop faible pour compenser d'une part une difficulté accrue dans l'écriture du moniteur (à cause de la gestion dynamique des zones-tampons) et d'autre part le fait que l'on prend malgré tout un certain risque (10^{-3} dans le cas présent).

Ceci explique pourquoi la solution qui a été adoptée pour le moniteur temps réel du CII 90.80 utilise des zones-tampon fixes en mémoire centrale pour l'enregistrement des réponses des élèves.

Toutefois, si l'on utilisait à fond les possibilités du multiplexeur de transmission, qui peut aller jusqu'à 64 voies, la valeur de n_o deviendrait

$$n_o = 0,3 \times 64 + 3,05 \sqrt{64 \times 0,3 \times 0,7} = 30,2 \simeq 30$$

Cette fois, l'économie réalisée au même risque $\alpha = 10^{-3}$ est de 64 - 30 = 34 blocs tampons, c'est-à-dire environ 4 K caractères ou 1 K mots-machine. Comme tout le moniteur temps réel fait environ 12 K mots, cette économie devient très sensible, car la mémoire centrale toute entière correspond à 32 K mots.

Nous voyons à travers ces calculs comment un objectif général en ce qui concerne les services à assurer réagit à la fois sur le dessin du système et sur les spécifications du software de base à réaliser.

Une autre possibilité pour ce type de système consiste en un mélange des deux procédures que nous venons de présenter. Cette fois, les zones tampons se trouveraient toujours en mémoire centrale, mais au lieu d'avoir des blocs d'une centaine de caractères affectés à une réponse d'élève, on aurait des blocs d'un nombre de caractères beaucoup plus réduit (par exemple 8 à 10 caractères bloc), le dernier de ces caractères étant un chaînage permettant d'aller au bloc suivant. Cela complique le moniteur, mais permet d'économiser considérablement la mémoire centrale, puisque cette fois-ci au lieu d'avoir un bloc de longueur fixe consacré à une réponse, on n'utiliserait en fait que la quantité strictement nécessaire pour emmagasiner les réponses.

Le fractionnement des blocs de réponse en petits groupes de quelques caractères permet ainsi d'harmoniser beaucoup mieux la taille de la zone tampon avec les besoins réels. Les fluctuations de longueur des réponses sont ici sans importance, alors que dans le cas de blocs de longueur fixe, cette longueur doit évidemment être la longueur maxima des réponses attendues. La figure 11 résume les discussions qui précèdent sur les solutions envisageables pour l'enregistrement des réponses des élèves.

c) Cas du système non spécialisé.

Nous ne nous étendrons pas sur ce cas particulier pour lequel la solution adoptée est celle de zones tampon en longueur fixe dont la localisation dépend très fortement du système envisagé. Il faut se conformer alors aux règles générales du système que l'on possède sans chercher à le modifier.

Enfin pour terminer ce paragraphe, remarquons que dans le cas de zones tampons situées en mémoire centrale, qu'elles soient constituées par des blocs fixes ou des modules de quelques caractères, il n'y a pas d'appels disque supplémentaires et de plus, en fin de réponse, au moment d'utiliser les programmes d'analyse de réponse, on a déjà en mémoire centrale la réponse à analyser.

Par contre, si l'on utilise 2 zones tampons, une en mémoire centrale, une en mémoire extérieure, il y aura par réponse donnée une moyenne de $\frac{R}{n}$ appels disque supplémentaires pour aller déposer les blocs partiels de la réponse sur la zone tampon extérieure.

Dans ce rapport, R représente la longueur de la réponse et n la taille du bloc tampon. $\frac{R}{n}$ va varier de 3 ou 4 à environ 8 selon les cas. Le rapport de taille des zones tampons extérieures et en mémoire centrale est le produit de $\frac{R}{n}$ par le gain en nombre de blocs utilisés en mémoire centrale selon un calcul tel que celui présenté en II. 1. A. b.

B - LES ANALYSES DE REPONSE.

Une fois la réponse d'un élève enregistrée par l'une des méthodes que nous venons de voir, il faut analyser cette réponse. Une très grande variété d'analyses est possible. Toutefois, un certain nombre de schémas relativement standard peut être dégagé. En général, les analyses de réponse que l'on effectue appartiennent à l'un des types suivants :

Réponse par un ou plusieurs caractères (réponse à des questions à choix multiple).

Réponse par un mot que l'on analyse globalement. C'est l'un des types d'analyse que l'on utilise fréquemment dans le projet Jean BERNARD. On compare alors cette réponse à un certain nombre de RAC (abréviation pour désigner les Réponses A Comparer) ; une fois que l'on a identifié la réponse à l'une des réponses correctes ou l'une des réponses fausses prévues à l'avance, on envoie à l'élève le commentaire prévu en ce cas et on choisit pour lui l'item qui doit suivre ce commentaire.

Réponse par un mot analysé caractère par caractère. On retrouve ici les caractéristiques de l'analyse précédente avec toutefois des possibilités plus grandes en ce qui concerne les rattrapages pour fautes d'orthographe et les mots voisins à sens différents. Par exemple, on compare le mot donné dans la réponse à un mot "squelette", c'est-à-dire à une suite de caractères que la réponse de l'élève doit présenter dans l'ordre indiqué pour pouvoir être considérée comme valable.

Exemple : Supposons que la bonne réponse à une question soit le mot "hématie". On veut également accepter comme bonnes des réponses telles que : hémattie, hematies, hemacie. On va alors donner comme squelette de la bonne réponse, le mot "hemaie". Ce"squelette" laisse passer n'importe lequel des mots que nous venons de citer.

Réponse par un chiffre. Le traitement de ce genre de réponse est différent selon qu'on le traite sous forme d'un ensemble de caractères, auquel cas il subit un traitement analogue à ceux que nous venons de décrire, ou qu'on le traite comme un nombre, auquel cas il faut préalablement convertir la réponse d'un ensemble de caractères en une forme numérique manipulable en machine sous forme d'un chiffre et non d'un code alphabétique. Ce dernier type d'analyse autorise les comparaisons d'ordre de grandeur que l'analyse par code alphabétique ne permet pas.

Réponse avec des chiffres et des unités. On voit s'ajouter au problème précédent un problème de conversion d'unités qui nécessite, outre une identification des unités adoptées, un petit calcul de conversion.

L'ensemble des analyses de réponse que nous venons de décrire a conduit à l'élaboration d'un ensemble de programmes qui ont été rédigés à l'IRIA spécialement pour le projet Jean BERNARD. Ces programmes occupent environ 10 K mots sur un CII 90.80.

Analyse de réponse par formules physiques ou chimiques. Ce type d'analyse de réponse a été étudié dans le cadre d'autres projets, en particulier de celui du professeur LE CORRE à la Faculté des Sciences de Paris.

Il est donc inutile de répéter ici ce que l'on peut trouver là. Notons pour mémoire l'existence de ce type d'analyse de réponse.

Analyse de réponse par énumération de mots, ordonnée ou non.

On trouve là le problème des analyses de réponse par mots-clés, qui nécessite l'intervention de dictionnaires volumineux. Ce type d'analyses de réponse, très orienté vers des considérations linguistiques, est difficilement opérationnel. Quelques recherches préliminaires à ce sujet ont été conduits dans le cadre du projet Jean BERNARD, en particulier en relation avec les études de cas (voir [10] pour une introduction à ce problème. En outre, [39] et [40] font une étude en profondeur sur les types de grammaires et de constructions de phrases qui seraient applicable en ce cas.

Si l'on fait le bilan du problème des analyses de réponse, on s'aperçoit que, compte tenu de la variété de ces analyses et de leur complexité croissante au fur et à mesure que les recherches aboutissent et donnent des résultats opérationnels, le nombre et l'importance de ces analyses en volume et en temps machine s'accroît sans cesse. On a alors le choix entre deux attitudes, ou bien faire venir d'une zone de mémoire extérieure rapide (disque ou tambour) le programme correspondant à une analyse donnée, ou bien garder en mémoire centrale tout ou partie de ce programme.

Ceci serait surtout utile pour ceux dont la fréquence d'utilisation est grande et dont le nombre d'instructions est relativement faible (par exemple les programmes relatifs à l'analyse des réponses par caractère ou par mot).

Sur un petit système, le nombre de programmes d'analyses de réponse que l'on peut garder en mémoire centrale est très faible, sinon nul. Par contre, pour un système moyen ou gros, compte tenu des débits souhaités, il est envisageable de garder en mémoire centrale les programmes de dépouillement rapide (analyse de réponse à des questions à choix multiple, analyse de réponses par mots-clés, réponses arithmétiques simples, par exemple) et de mettre en mémoire extérieure rapide les programmes d'analyses de réponse nécessitant des recherches sur lexique (réponses quasi-libres), ou des analyses très évoluées (nécessitant par exemple l'intervention d'un interpréteur ou d'un compilateur APL ou BASIC, dans le cas d'un enseignement de ces langages).

Il vient se greffer à cela le fait qu'on a souvent besoin d'un prétraitement de la réponse pour supprimer les blancs inutiles, s'occuper des retours chariots et des retours en arrière, supprimer ou remplacer les caractères de ponctuation, etc... Les programmes de prétraitement seront évidemment les premiers à être gardés en mémoire centrale.

Pour les besoins du calcul, on peut estimer que 70 à 80% des réponses seront analysées par des programmes simples et 20 à 30% seulement par des programmes évolués, dans le cas de l'enseignement assisté par ordinateur du type : "Enseignement programmé traditionnel".

Pour ce qui est des études de cas, cette proportion devrait sans doute être inversée.

Enfin, en ce qui concerne l'enseignement de l'informatique par l'utilisation d'un mini-compilateur, seules des réponses faisant intervenir le compilateur doivent être envisagées, c'est-à-dire des réponses qui nécessitent des analyses très évoluées.

D'une façon générale, le type d'une analyse de réponse caractérise la forme sous laquelle cette réponse est donnée : Se pose ensuite le problème du résultat de cette analyse. Tout d'abord la réponse peut être juste, fausse, trop attendue, ou incomprise par l'analyse, ceci étant vrai quel que soit le type d'analyse et quel que soit le sujet enseigné. Ensuite dans le cas où la réponse est fausse, l'erreur ou la faute peut être commise sur la forme ou sur le fond : c'est là que des différences d'interprétation et d'importance relative dûes à la fois au type d'analyse et au sujet enseigné apparaissent.

Ainsi les erreurs de forme, c'est-à-dire les erreurs syntaxiques ont fort peu d'importance lorsqu'on enseigne l'hématologie ; par contre, elles deviennent prépondérantes dans un enseignement de la grammaire ou de l'informatique.

Ce problème sera discuté beaucoup plus en détail en III-1.

Habituellement, on essaie de prévoir le maximum d'erreurs que l'élève risque de commettre, d'écrire les commentaires spécialisés correspondants pour les corriger éventuellement, et d'identifier par l'analyse

les erreurs commises pour les corriger éventuellement.

. Dans ces conditions, une analyse de réponse résulte dans l'envoi d'un commentaire et un diagnostic de qualité qui est utilisé dans la stratégie pédagogique (voir section suivante) pour décider du chemin à suivre.

C - Les stratégies pédagogiques.

En règle générale, le résultat d'une analyse de réponse est un commentaire relatif à la réponse elle-même, qui est envoyé à l'élève, et qui est suivi d'une décision quant à la suite de l'enseignement. Cette décision est prise en fonction d'une stratégie pédagogique. Les stratégies pédagogiques font obligatoirement intervenir les réponses des élèves qui précèdent immédiatement la décision sur le chemin à prendre. Toutefois, il est envisageable (mais extrêmement difficile à réaliser) de faire intervenir également des résultats obtenus longtemps à l'avance pour décider de l'orientation que va prendre un enseignement.

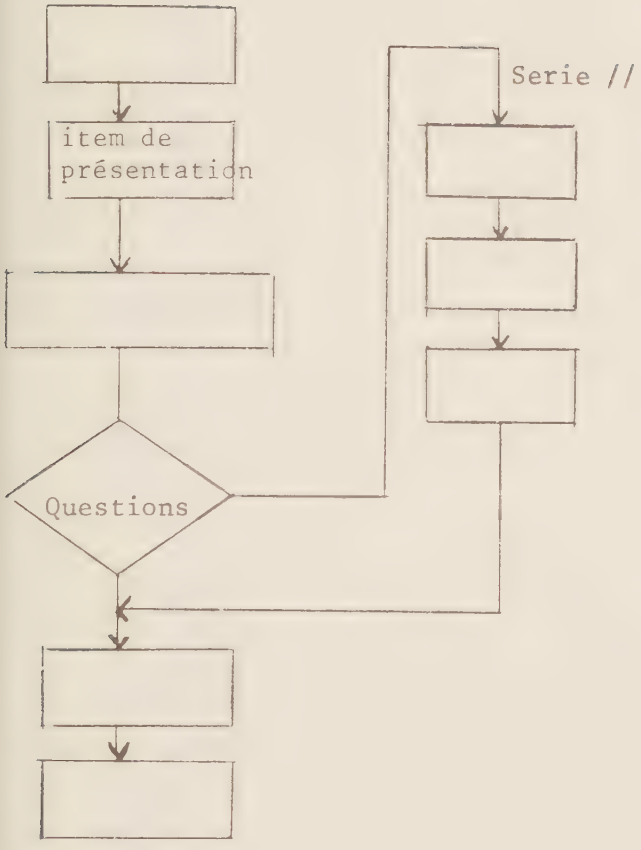
L'attitude à adopter pour une stratégie pédagogique va donc varier selon le type d'analyses de réponse d'une part, et selon la volonté affirmée de rester à un niveau de décision local en ce qui concerne l'examen des résultats obtenus, ou de faire intervenir des résultats précédents dans la décision.

Disons tout de suite qu'en ce qui concerne l'enseignement assisté par ordinateur de type traditionnel, on reste en général à un niveau de décision locale. Par contre, pour ce qui est de l'enseignement de l'informatique à travers un mini-compilateur, on doit faire intervenir toute la séquence des instructions écrites, même si l'interprétation se fait ligne à ligne, car il faut au moins garder à jour les piles de variables, de fonctions, de constantes et de données qui interviennent dans presque tous les programmes. Il apparait clairement qu'il nous faut rentrer un peu plus dans le détail des modes opératoires pouvant convenir à ces diverses stratégies pédagogiques.

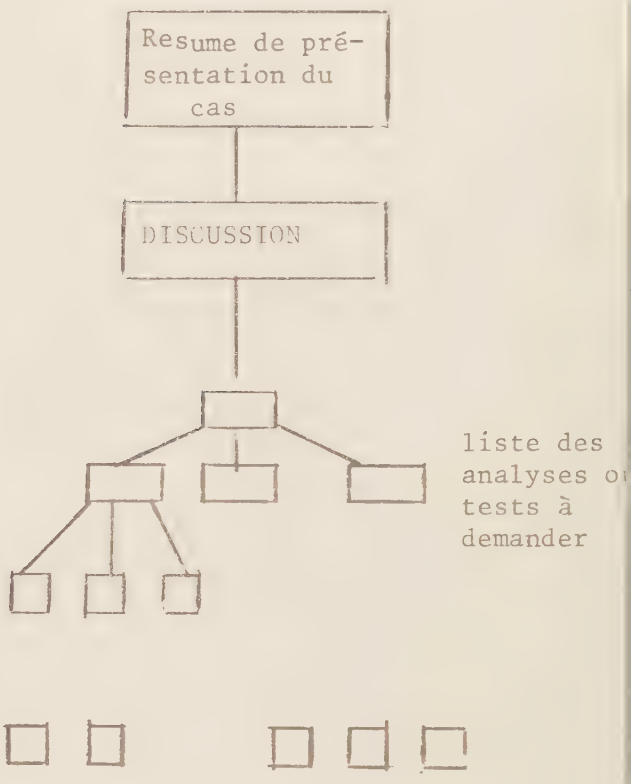
a) Stratégie pédagogique en enseignement programmé traditionnel.

Elle est relativement simple.

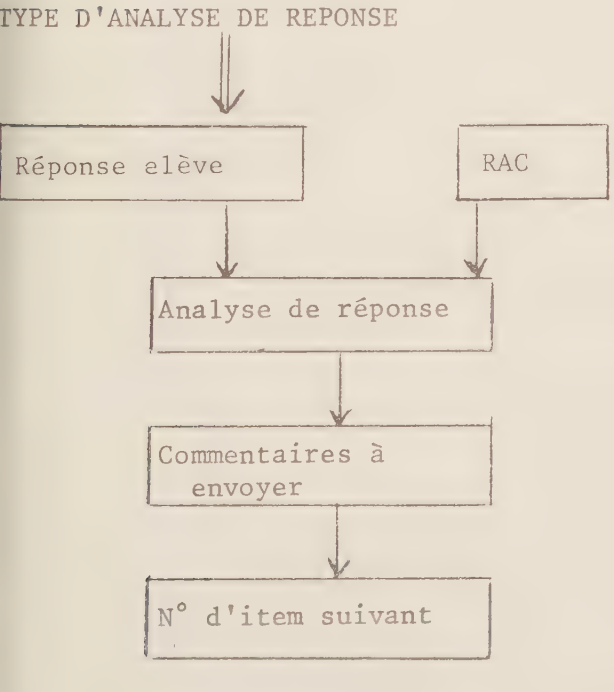
FIGURE 12 SCHEMA DES DIVERSES STRATEGIES PEDAGOGIQUES

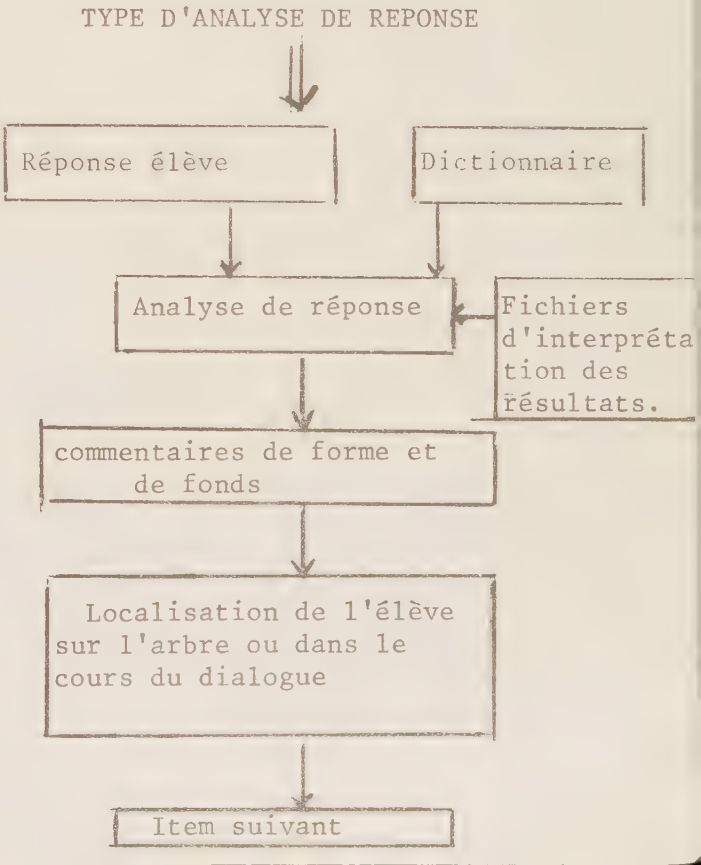


1.- ENSEIGNEMENT ASSISTE PAR ORDINATEUR DE TYPE HABITUEL



2.- ETUDES DE CAS





On part d'une séquence linéaire où après quelques items de présentation, on pose une série de questions se rapportant aux concepts que les items de présentation illustrent. Les analyses de réponses correspondant à ces items de question permettent d'identifier les réponses comportant des erreurs de fond, et les réponses trop attendues ou non comprises.

Après des commentaires appropriés, on prend une décision au vu de l'ensemble des résultats obtenus. Cette décision est basée en général sur le nombre de bonne réponses (l'expérience a montré qu'il faut prendre une proportion de bonnes réponses très élevée, de l'ordre de 80 à 90%, si l'on ne veut pas que des faiblesses apparaissent rapidement dans l'apprentissage).

La décision que l'on prend permet de choisir entre 3 chemins possibles : la continuation en séquence sur le concept suivant, le passage sur une série parallèle où l'on va présenter les mêmes notions sous une forme différente de manière à compenser un apprentissage défaillant, ou un appel au professeur dans le cas ou l'élève montre un manque total de connaissances.

La figure 12 illustre ce schéma.

Remarquons ici que la décision que l'on va prendre est basée sur des résultats immédiats et ne nécessite pas l'intervention de résultats antérieurs. Il est donc parfaitement possible de schématiser l'analyse des réponses aux questions posées par une boîte noire dont l'entrée est la réponse donnée par l'élève et dont chacune des sorties prévues qui correspond à un des résultats obtenus après analyse, implique deux actions : l'envoi d'un commentaire adéquat et l'appel de l'item suivant, qui est selon le cas le premier item de présentation du nouveau concept à étudier, ou bien le premier item de la série parallèle, ou bien un message à la console demandant l'intervention du professeur.

b) Stratégie pédagogique dans les études de cas.

Là, nous nous trouvons dans une situation différente décrite en [10]. En vérité, il ne s'agit pas d'enseigner à l'élève un ensemble de concepts en vérifiant pas à pas que l'apprentissage a effectivement eu lieu ; il s'agit au contraire de vérifier sur un ensemble de cas particuliers qui simulent des situations concrètes si l'élève peut mettre en

On part d'une séquence linéaire où après quelques items de présentation, on pose une série de questions se rapportant aux concepts que les items de présentation illustrent. Les analyses de réponses correspondant à ces items de question permettent d'identifier les réponses comportant des erreurs de fond, et les réponses trop attendues ou non comprises.

Après des commentaires appropriés, on prend une décision au vu de l'ensemble des résultats obtenus. Cette décision est basée en général sur le nombre de bonne réponses (l'expérience a montré qu'il faut prendre une proportion de bonnes réponses très élevée, de l'ordre de 80 à 90%, si l'on ne veut pas que des faiblesses apparaissent rapidement dans l'apprentissage).

La décision que l'on prend permet de choisir entre 3 chemins possibles : la continuation en séquence sur le concept suivant, le passage sur une série parallèle où l'on va présenter les mêmes notions sous une forme différente de manière à compenser un apprentissage défaillant, ou un appel au professeur dans le cas ou l'élève montre un manque total de connaissances.

La figure 12 illustre ce schéma.

Remarquons ici que la décision que l'on va prendre est basée sur des résultats immédiats et ne nécessite pas l'intervention de résultats antérieurs. Il est donc parfaitement possible de schématiser l'analyse des réponses aux questions posées par une boîte noire dont l'entrée est la réponse donnée par l'élève et dont chacune des sorties prévues qui correspond à un des résultats obtenus après analyse, implique deux actions : l'envoi d'un commentaire adéquat et l'appel de l'item suivant, qui est selon le cas le premier item de présentation du nouveau concept à étudier, ou bien le premier item de la série parallèle, ou bien un message à la console demandant l'intervention du professeur.

b) Stratégie pédagogique dans les études de cas.

Là, nous nous trouvons dans une situation différente décrite en [10]. En vérité, il ne s'agit pas d'enseigner à l'élève un ensemble de concepts en vérifiant pas à pas que l'apprentissage a effectivement eu lieu ; il s'agit au contraire de vérifier sur un ensemble de cas particuliers qui simulent des situations concrètes si l'élève peut mettre en

application ce qu'il sait et coordonner l'ensemble des connaissances parcellaires qu'il est supposé avoir acquises. Dans l'exemple des études de cas en hématologie, on commence à envoyer à l'élève un résumé clinique correspondant au cas que l'on veut discuter avec lui. Après une discussion rapide de ces données cliniques, discussion qui est faite selon le schéma de l'enseignement programmé traditionnel, on oriente l'élève vers le début d'un arbre des diagnostics, dont chaque sommet est un diagnostic possible auquel on attache un ensemble d'examens ou de tests que l'élève doit demander s'il se trouve à ce sommet ; sur la base des résultats à ces tests et examens, résultats que la machine présente à l'élève, les connaissances qu'il est supposé avoir à ce moment doivent l'orienter vers un diagnostic plus poussé, ce qui correspond pratiquement à descendre d'un niveau dans l'arbre des diagnostics. L'apprentissage a lieu à la fois sur les tests qu'il faut demander en face de telle ou telle situation clinique, sur l'interprétation à donner aux résultats de ces tests, et sur les chemins à suivre pour aboutir de façon différentielle à un diagnostic final. Cette méthode, qui est actuellement en cours de développement et d'extension pourrait être facilement étendue à d'autres types d'apprentissage, tels que ceux qui relèvent des domaines économiques, financiers, techniques etc...

En face de cette situation d'enseignement, quelles sont les stratégies pédagogiques ?

Cette fois-ci on se trouve placé, devant des réponses qu'il faut pouvoir accepter dans un format quasi-libre. Partons de ce que l'on désire effectivement communiquer à l'élève : tout d'abord, on veut lui apprendre à se situer à tout instant sur un arbre des diagnostics, c'est-à-dire à reconnaître qu'il se trouve dans un état donné ; il faut donc pouvoir reconnaître dans sa réponse les erreurs possibles, c'est-à-dire le fait que l'élève croit se trouver en l'un des sommets qui n'est pas le bon. En d'autres termes, il faut analyser sa réponse au travers d'une grille de mots-clés dans laquelle le dictionnaire des mots-clés désigne l'ensemble des sommets diagnostics du graphe ou une partie de cet ensemble. Ensuite il faut pouvoir identifier les tests et analyses que l'élève demande et les corriger en fonction de ce qu'il aurait dû demander.

De nouveau, il s'agit de reconnaître une énumération de mots-clés non ordonnés. Mais alors, il faut non seulement reconnaître dans la réponse les tests qu'il faut demander, mais aussi il faut faire la part de ce qui est demandé à juste titre, de ce qui n'a pas été demandé et qui aurait dû l'être, et de ce qui a été demandé à tort.

Enfin, après l'envoi par le calculateur des résultats à ces tests, il faut aider l'élève à se faire une opinion sur les conclusions à en tirer. Ceci peut être schématisé par une fonction logique des résultats qui "ouvrent" ou "ferment" les chemins qui partent du sommet où l'on se trouve vers les sommets qui arrivent au niveau suivant. On se trouve là en face d'une analyse de réponse par chiffre ou par donnée qualitative combinée avec un calcul logique des résultats.

Ceci montre bien que, dans les études de cas la stratégie pédagogique est un étage beaucoup plus difficile à mettre en place que celui que nous avons décrit au paragraphe précédent. Cette fois-ci, la "boîte noire" qui représente cette stratégie a toujours pour entrée la réponse de l'élève, mais elle a aussi pour entrée un ou plusieurs dictionnaires.

En outre le traitement peut comporter deux parties, dont l'une correspond à l'identification du ou des mots-clés utiles avec l'aide des dictionnaires et des listes descriptives attachées aux sommets du graphe, et dont l'autre correspond éventuellement au calcul logique à faire sur les sorties de ce premier étage : c'est en fait une analyse de réponse. De toute manière, chacune des sorties possibles de cette boîte noire correspond à l'envoi d'un commentaire plus ou moins complet et au choix de l'étage du dialogue entre l'élève et la machine qui intervient tout de suite après, La figure 12 met en valeur les éléments de l'analyse des études de cas que nous venons de faire, par opposition à ceux de l'enseignement programmé traditionnel.

c) Stratégie pédagogique en enseignement de l'informatique avec l'aide de mini-compilateurs.

Là aussi le problème est différent.

Alors que dans les deux cas qui précèdent, la pédagogie doit surtout être orientée sur la signification et être relativement détachée des problèmes de syntaxe, dans le cas particulier de l'enseignement d'un langage informatique, le problème syntaxique prend au contraire une grande importance.

C'est pourquoi, il y aura en général deux phases dans la stratégie pédagogique d'un enseignement de l'informatique basé sur l'utilisation d'un mini-compilateur : une première phase où l'on relève les erreurs syntaxiques commises par l'élève dans l'écriture des programmes ou des formats qui lui sont demandés à titre d'exercice ; dans la deuxième phase, en compile les programmes corrigés pour exécution et c'est alors qu'apparaissent les erreurs de logique dans l'écriture de ces programmes.

La première partie nécessite donc une bonne interprétation de la ligne de programmation écrite par l'élève et peut être déjà un outil pédagogique extrêmement utile. La deuxième phase, qui en général nécessite un calculateur beaucoup plus gros, peut se situer dans une pédagogique opératoire ou l'on essaie de combiner l'enseignement et l'application sur les problèmes réels. Cette fois-ci, la "boîte noire" correspondant à la stratégie est simple à définir, mais extrêmement difficile à réaliser. Il s'agit en effet de réaliser d'abord un interpréteur ou compilateur du langage à enseigner, ensuite de lier chaque diagnostic d'erreur à un commentaire approprié qui sera envoyé à l'élève, et enfin de découper l'enseignement concept par concept afin de créer un ensemble d'exercices par groupe logique. Cette fois, les programmes d'analyses de réponse et de stratégie pédagogique sont mélangés, puisque l'un et l'autre ne sont pas autre chose que le mini-compilateur en question, dont on a fortement développé la partie commentaires d'erreurs.

Les trois cas que nous venons de présenter recouvrent la plupart des situations d'enseignement assisté par ordinateur que l'on trouve en pratique. La figure 12 permet de résumer la discussion qui précède sous forme d'un ensemble de schémas qui donne l'organigramme général des stratégies pédagogiques correspondant aux trois situations que nous venons de voir. Il est extrêmement difficile de donner des évaluations précises en temps et en place machine pour ces diverses stratégies.

Toutefois on peut affirmer que les temps machine correspondants sont en général extrêmement faibles. On ne peut guère donner plus de détails en ce qui concerne les évaluations de place et de temps machine pour ce problème. Une analyse plus fine de la logique des apprentissages (voir [37]) peut suggérer d'autres types de stratégies pédagogiques.

D - Gestion des items envoyés à l'élève.

Nous admettons que les items utilisés dans l'enseignement assisté par ordinateur sont essentiellement des textes écrits ou des schémas simples qui sont enregistrés sur des mémoires auxiliaires à accès rapide, tels que disques ou tambours. Parfois, ces textes sont renforcés par des présentations d'images ou de messages sonores. On suppose alors que les supports de ces présentations se trouvent au niveau du terminal et que la sélection de la présentation à effectuer se fait sur réception d'un ordre de commande à partir du calculateur ; le contenu de ces messages auxiliaires et leur synchronisation sont liés au texte principal dont ils dépendent. La gestion de ces messages auxiliaires se fait donc à partir des items de base. [54] donne un exemple d'organisation d'items qui est proche de celle qu'on peut adopter pour une documentation (voir [55]).

Les leçons relatives aux travaux pratiques d'hématologie durent environ quarante minutes et comprennent une centaine d'items, disposés selon des pages qui comprennent au maximum 720 caractères ; toutefois, la portion utile de ces pages est en général de l'ordre de 300 à 350 caractères, le reste étant constitué de blancs. En outre, chaque leçon comporte environ 120 items, dont seulement 60 à 80 sont effectivement présentés à l'élève au cours de la leçon, les autres constituant les séries parallèles et autres items annexes que l'élève moyen ne verra pas au cours d'un enseignement qui ne comporte pas de grandes difficultés.

Cela signifie donc qu'une leçon de quarante minutes à une heure doit nécessiter une place d'environ 120 x 720 90 K à 100 K caractères sur disque, si on l'emmagasine sous sa forme intégrale (le nombre de caractères de gestion qu'il faut ajouter à ces items est faible), et d'environ 120 x 350 = 42 K octets si on la prend sous la forme comprimée pour laquelle on garde seulement les caractères utiles, et si on restitue les blancs intermédiaires au moment de la présentation.

La gestion de ces items doit de nouveau être différente selon qu'on s'oriente vers un petit système spécialisé, vers un système moyen ou gros lui aussi spécialisé, ou vers un système moyen ou gros non spécialisé. Examinons séparément ces trois cas.

a) Petite machine spécialisée :

Si l'on désire avoir plusieurs leçons simultanément disponibles à partir des quelques dizaines de terminaux d'un petit système spécialisé, il faut disposer d'autant de fois 50 K caractères que l'on veut de leçons sur la mémoire auxiliaire à accès rapide, à condition d'avoir aussi le temps de restituer les textes dans leur forme intégrale au moment de l'utilisation. Ainsi sur un système qui ferait 30 terminaux, et pour lequel on voudrait avoir six leçons disponibles simultanément, il faut avoir environ 300 K octets disponibles sur disque. (voir plus loin le DIRIA).

En outre, compte tenu du fait que les élèves appellent en moyenne un item toutes les quinze secondes, cela signifie qu'il faut aller chercher sur le disque deux fois par seconde (si l'on opère un système avec 30 terminaux), un item qui occupe 300 à 350 caractères. Une fois ramené en mémoire centrale, il faut étaler le contenu de cet item sur les 700 à 1000 caractères du message initial qui correspond à un texte global, puis en envoyer l'ensemble sur la machine à écrire ou sur l'écran du terminal.

Le temps machine correspondant à la transformation est de l'ordre de 2000 à 3000 instructions puisque pour chaque caractère de texte, il faut déposer le caractère dans l'accumulateur, le comparer au symbole qui indique l'insertion d'un certain nombre de blancs avancer le compteur ordinal du nombre correspondant si c'est le cas, ou déposer le caractère dans la zone message prête à l'envoi, soit cinq à six instructions machine par caractère utile. Pour une machine, pour laquelle ce type d'instruction est de l'ordre de quelques microsecondes, ce travail correspond à un temps de l'ordre de quelques millisecondes, et il intervient deux fois par seconde en moyenne.

FIGURE 13

-=-=-

TAILLE ET NOMBRE DES ZONES TAMPONS DE TRANSMISSION DANS DES SYSTEMES SPECIALISES A L'E.A.O.

- Il y a N postes. Il y a donc au maximum N zones tampons à prévoir.
- Par poste, il faut compter une demande d'item de longueur θ toutes les ν secondes environ. Si l'item est "comprimé", il a une longueur θ_1.
- Le temps de remplissage d'une zone-tampon en mémoire centrale est inversement proportionnel à la vitesse v_1 de transmission de la mémoire périphérique vers l'unité centrale.
- Le temps de vidage de la zone tampon vers le terminal est inversement proportionnel à la vitesse v_1 de transmission de l'unité centrale vers le terminal.
- Le temps requis pour satisfaire une demande d'item est alors $T = \frac{\theta_1}{v_1} + \frac{\theta}{v_2} + a$, dans laquelle a représente le temps passé en mémoire centrale, c'est-à-dire le temps de traitement éventuel (s'il y a "décompression" de l'item) et le temps moniteur.
- Ces demandes arrivent avec une fréquence de $\frac{N}{\nu}$ demandes/seconde.

Si D est le nombre de ces demandes devant être satisfaites simultanément à un instant t, on a approximativement :

$$D \sim \text{Poisson} \left(\frac{N}{\nu} \cdot T\right) = \text{Poisson} \left[\frac{N}{\nu}\left(\frac{\theta_1}{v_1} + \frac{\theta}{v_2} + a\right)\right]$$

FIGURE 13 (suite)

Exemple 1

θ = 720 caractères

a = 0 (pas de traitement de l'item intervention moniteur rapide)

N = 30

ν = 15

ν_2 \ ν_1	2400 bauds	2 mégabauds
110* bauds	126	120
1200 bauds	17	11
4800 bauds	9	3

Intensité théorique du processus D

ν_2 \ ν_1	2400 bauds	2 mégabauds
10 bauds	30	30
200 bauds	30	21
800 bauds	18	7

ombre de zones-tampons au risque
$\alpha = 10^{-3}$

ν_2 \ ν_1	2400 bauds	2 mégabauds
110 bauds	21 K	21 K
1200 bauds	21 K	14 K
4800 bauds	13 K	5 K

Taille de la zone-tampon requise en unité centrale
(en nombre de caractères)

* Il faut alors prévoir une zone tampon par poste

Exemple 2

θ = 1 K caractères

θ_1 = 400 caractères (item "comprimé")

a = 10 millisecondes

N = 30

ν = 15

ν_2 \ ν_1	2400 bauds	2 mégabauds
110 bauds	123	120
1200 bauds	14	11
4800 bauds	6	3

Intensité théorique du processus D

ν_2 \ ν_1	2400 bauds	2 mégabauds
10 bauds	30	30
200 bauds	26	21
800 bauds	14	7

Nombre de zones tampons au risque
$\alpha = 10^{-3}$

ν_2 \ ν_1	2400 bauds	2 mégabauds
110 bauds	30 K	30 K
1200 bauds	26 K	21 K
4800 bauds	14 K	7 K

Taille de la zone-tampon requise en unité centrale
(en nombre de caractères)

D'autre part, il faut enregistrer quelque part les messages que l'on va envoyer au terminal. Compte tenu de la très grande fréquence de manipulation des items d'une part, du temps de transfert des items préparés vers les terminaux ou vers les zones tampons adéquates d'autre part, il faut prévoir des vitesses de transfert de l'unité centrale vers les zones tampons elles-mêmes très importantes. La figure 13 donne la taille des zones tampons qu'il faut avoir en unité centrale en fonction du débit de communication de l'unité centrale vers les terminaux d'une part, et du nombre moyen d'items à transférer d'autre part. On voit tout de suite que si l'on désire ne pas dépasser une taille de mémoire centrale de 12 K octets, il est difficile de garder plus de 2 K octets en unité centrale pour ce travail, ce qui implique la coexistence au maximum de deux messages en unité centrale, soit un débit minimum de 2000 octets par seconde (c'est-à-dire environ 20 000 bauds) entre l'unité centrale et les terminaux.

On voit tout de suite que des lignes de communication à grande distance ne pourraient pas tenir à de tels débits avec une économie raisonnable. Ceci implique alors la nécessité d'avoir des terminaux locaux et de ne pas utiliser de télécommunications, ou bien d'avoir des zones tampons extérieures communiquant à grand débit avec l'unité centrale et dont le rôle serait de servir de zones tampons pour les messages à destination des terminaux.

Une solution intéressante qu'il faut signaler ici pour le traitement serait de pouvoir opérer par hardware cette compression ou décompression de texte dont nous avons parlé plus haut, par exemple par l'utilisation d'un microcode approprié. C'est l'un des objectifs du projet DIRIA dont nous parlons plus loin. Une remarque qu'il faut immédiatement faire est que si le nombre d'appels disques est déjà de l'ordre de deux par seconde, rien que pous cette tâche, il est très difficile de se contenter d'un disk-pack. En effet, les disk-packs autorisent de l'ordre de 4 à 5 appels par seconde en moyenne, et compte tenu de la théorie des files d'attente, pour éviter la création d'une file d'attente au niveau des appels disques, il ne faut pas que le nombre moyen des demandes excède 60 à 70% de cette capacité totale, c'est-à-dire environ trois appels disque par seconde.

Cela signifie donc qu'il ne resterait pas plus d'un appel disque par seconde disponible pour accomplir les autres tâches. Or, les tâches d'analyse de réponse, de dépôt des caractères frappés dans une zone de tampon disque et d'analyses de réponse, pour ne citer que celles-là, dépassent cette fréquence.

Il faut alors soit concevoir un petit système ayant autour de lui plusieurs disk-pack, ce qui est indéfendable sur le plan économique, soit envisager un tambour ou un disque à tête fixe, qui a bien sûr une capacité plus faible, mais qui a le gros avantage d'autoriser un nombre d'appels par seconde beaucoup plus élevé, tout en restant dans les limites de capacité et de performance dont on a besoin.

b) Systèmes moyens ou gros spécialisés à l'enseignement assisté par ordinateur.

Le problème se pose alors différemment. Il nous faut maintenant concilier d'une part le nombre d'appels disque nécessaires et d'autre part le volume utile pour enregistrer les leçons.

Compte tenu du fait que les capacités disponibles sur disque à tête fixe ou sur tambour sont de l'ordre de quelques centaines de milliers de caractères, il est difficile de continuer à envisager de garder les leçons sur ce type de matériel. En effet une opération de quelques centaines de terminaux a besoin de quelques dizaines de leçons, c'est-à-dire de plusieurs millions de caractères disponibles en accès aléatoire.

Cette fois, la solution disk-pack devient la seule raisonnable, à condition toutefois qu'il y ait plusieurs contrôleurs de ces disk-pack de manière à augmenter dans le même proportion le nombre d'accès disponibles par seconde. Il est également utile d'envisager la solution où l'on mélange les disk-pack et les disques à tête fixe avec transfert des leçons de l'une à l'autre, au fur et à mesure de l'utilisation de manière à satisfaire simultanément les besoins en nombre d'appels et en volume. Ainsi, une batterie de quatre disk-pack et des deux disques rapides tels que les SAGEM MS 300 permettraient en théorie d'avoir accès simultanément à plusieurs centaines de leçons et de pouvoir les distribuer sur plusieurs centaines de terminaux.

A ce stade, les limitations que l'on rencontre sont d'un autre ordre ; elles deviennent plus orientées vers les problèmes de moniteur.

Nous n'examinerons pas dans ce paragraphe les problèmes que pose le dépôt des leçons pour les systèmes non spécialisés. En tout état de cause, ils sont les mêmes que pour les systèmes spécialisés.

E - CONCLUSION.

Si l'on fait le bilan de l'analyse qui vient de précéder, on s'aperçoit que les problèmes de capacité et d'accès que nous venons d'évoquer nous orientent logiquement vers une solution petit disque à accès rapide ou tambour pour les petits systèmes et disk-pack ou disque à grande capacité (éventuellement combinés avec des tambours ou des petits disques à accès rapide) pour les systèmes spécialisés moyens ou gros. C'est le résultat qu'il est utile de retenir de ce paragraphe pour la conception de système que nous voulons analyser.

Pour conclure cette section, il serait bon d'évoquer les problèmes particuliers à la documentation automatique que l'on peut vouloir combiner à l'enseignement et qui posent également de lourds problèmes de mémorisation [51] , [52] et [54] analysent ces problèmes en détail. Toutefois, nous ne développerons pas dans ce mémoire ce sujet particulier. Il est suffisamment important pour que d'autres mémoires en rendent compte.

2. - LA COMMUNICATION PROFESSEUR/MACHINE.

La communication professeur/machine comprend essentiellement trois parties : la création de cours soit directement, soit par l'intermédiaire d'algorithmes que l'on peut éventuellement faire contrôler par l'élève ; la remise à jour des cours écrits ; une formalisation des consignes pédagogiques que le professeur désire exprimer.

Etudions séparément chacune de ces trois parties et analysons les problèmes qu'elles entraînent.

A - La création de cours :

La création de cours comprend essentiellement deux points distincts :

l'écriture du contenu d'une part, et l'organisation globale de ces contenus d'autre part. [21] décrit la méthode utilisée dans le projet Jean BERNARD.

Il est souhaitable d'opérer cette création de cours de préférence après un gros effort de réflexion, par l'intermédiaire d'un langage conversationnel qui permettra en temps réel la création de fichiers, puis le dépôt de ces fichiers sur la mémoire auxiliaire choisie.

De nombreux langages de ce type existent déjà : qu'il s'agisse de COURSEWRITER, de MENTOR ou d'autres langages de même type, ils ont tous pour caractéristique essentielle de permettre la création de contenus de leçons, et l'organisation de ces contenus : d'une manière générale, on tape au niveau de la machine à écrire l'item ou les items qui vont constituer les contenus à présenter à l'élève. En fin d'item, une indexation écrite de manière automatique par la machine va permettre le classement de ces items dans la mémoire auxiliaire, et éventuellement le chaînage de cet item avec les items précédents et suivants.

En règle générale, les items de présentation ou de liaison, c'est-à-dire des items où l'on ne pose pas de question, vont être chaînés les uns aux autres de manière séquentielle. Les problèmes que cela pose sont relativement minimes. On aboutit à des difficultés beaucoup plus grandes lorsque les items dont il s'agit deviennent des items de question qui vont nécessiter un peu plus tard des réponses.

L'énoncé d'un item de question en soi n'a rien de compliqué : on l'écrit de la même manière qu'on écrirait un item de présentation. Toutefois la liaison de cet item avec les suivants se fait par l'intermédiaire de la stratégie pédagogique dont nous avons décrit les éléments en II. 1. B. Il va donc falloir à ce niveau que le professeur s'arrête de créer son cours, pour régler les questions qui ont trait à la pédagogie de son enseignement.

En effet, s'il veut que les questions soient analysées par un certain type d'analyse de réponse, il faut que l'analyse en question ait été programmée préalablement sous forme d'une procédure qui lui soit disponible, ou qu'il écrive lui-même d'une manière synthétique et rapide son propre programme.

En général, il s'agira d'une analyse de réponse par mots-clés ou par chiffres pour laquelle le professeur indiquera tout simplement à la machine les valeurs correctes ou incorrectes qu'il attend de ses élèves. Il devra alors se poser le problème du chemin pédagogique qu'il entend faire suivre à ses élèves.

Mais revenons au problème de la création de cours. Il ne faut pas oublier qu'à part les items correspondant à des textes, il y a des parties d'items se rapportant soit à des images, soit à des messages sonores. Ces parties d'items doivent également être intégrées au cours, et comme elles ne doivent pas se trouver digitalisées et emmagasinées dans la machine au même titre que les textes écrits, il faut donc éditer les liens qui existent entre le cours écrit que le professeur est en train de taper à la machine, et les items sonores ou les images se rapportant à ce cours.

C'est là un problème qui est relativement facile à résoudre, puisqu'il suffit d'indiquer les numéros de ces messages sonores ou de ces images pour une leçon donnée, et de lier ces numéros à l'item écrit que le professeur est en train de taper sur le terminal.

Un problème plus sérieux apparait lorsque les items écrits sont remplacés par des algorithmes qui seront sous contrôle de l'élève et qui permettront à cet élève de simuler grâce au travail du calculateur des situations réelles. Par exemple, il est possible, par algorithme de simuler le comportement d'une réaction chimique.Dès lors, l'élève peut à volonté, en modifiant les paramètres de cette réaction, voir se développer devant lui, par le calcul, des courbes qui représentent les résultats de la réaction qu'il a demandé au calculateur d'effectuer. De telles procédures sont courantes, par exemple dans le projet PLATO du professeur BITZER à l'Université d'Illinois.

Ces algorithmes posent des problèmes beaucoup plus sérieux, puisqu'on ne peut plus les créer de la même manière qu'on enregistrerait une leçon.

Il faut alors un langage, qui permette de les créer et de les compiler sous forme de procédures ; puis, sur appel de ces procédures, on doit pouvoir créer un cours qui les fasse intervenir au même titre qu'un appel de fichiers. C'est un langage de ce type qui est le point crucial de tout le système PLATO. D'une manière plus classique, la création de cours pour lesquels on ne s'occupe que d'items écrits ou présents, nécessite essentiellement la création d'un langage de manipulation de fichiers dans lequel vont apparaître les textes écrits que l'on désire déposer pour des présentations futurs. C'est un langage de ce type, appelé L. M. F. , qui a été développé dans le cadre du projet Jean BERNARD. Quant au système de production industrielle qui en favorise la gestion, les remises à jour, et le contrôle de qualité, [21] en donne une description.

B - La remise à jour des cours.

Créer un cours n'est pas tout : Encore faut-il avoir la possibilité d'y revenir, de le modifier à volonté, éventuellement d'en changer le contenu, si des résultats de recherche ou des raisons pédagogiques diverses font que ce cours perd de sa qualité ou est jugé inadéquat. Le problème de remise à jour des cours implique donc et avant tout la possibilité d'aller ouvrir les fichiers qui ont été crées dans le cadre précédent de la création des cours, et de pouvoir à volonté les modifier.

Bien sûr, il faut qu'un système de contrôle permette de n'ouvrir l'accès de ces fichiers qu'aux personnes et aux professeurs qui en ont réellement le droit. Et, en soi, un tel système de contrôle représente une difficulté non négligeable.

Là, deux philosophies différentes s'affrontent. Pour certains, représentés par la plupart des projets américains, et surtout le projet PLATO, il s'agit d'ouvrir le système le plus possible à tous les utilisateurs et à tous les professeurs. Par conséquent, le langage utilisé pour mettre en place les cours sur l'ordinateur devra être facile à utiliser, extrêmement général et devra permettre sans aucun contrôle, qu'il s'agisse de contrôle préalable ou de contrôle en cours d'exécution, de mettre sur l'ordinateur pratiquement n'importe quoi.

Une attitude un peu différente, qui met un accent plus prononcé sur ces problèmes de contrôle, a été adoptée dans le cadre du projet Jean BERNARD, et également dans le cadre de certains projets américainx, tel que celui du professeur SUPPES à Stanford (voir [72]).

Là, l'accès au calculateur, bien que facilité par des langages de mise en place de cours, n'est tout de même pas laissé entièrement libre. Avant de mettre un cours sur l'ordinateur, il faut avoir suivi une filière de production qui permet en particulier d'engendrer de manière cumulative un dictionnaire des mots-clés utiles qui serviront plus tard à l'analyse des réponses. Il faut avoir défini préalablement un schéma pédagogique, qui sera ensuite programmé pour le cours et il faut avoir soumis le contenu des items à un contrôle de qualité. Bien sûr, cette façon de procéder rend les choses beaucoup plus difficiles et elle a un effet de ralentissement certain. Toutefois, si on ne désire pas que l'outil soit un instrument de diffusion incontrôlé, de telles procédures deviendront sans doute nécessaires, ou tout au moins utiles.

Dès lors, les problèmes de remise à jour des cours se posent différemment. En effet, lorsqu'il s'agit de créer un cours, on travaille directement avec le fichier sur lequel ce cours a été inscrit. Lorsqu'on pose le problème de la remise à jour de ces cours, dans un système sans contrôle ou avec peu de contrôle, on peut utiliser le même programme que celui de création de cours, puisque somme toute, il s'agit simplement de réécrire certaines parties de ce cours. Alors, que cette réécriture ait lieu sur le moment même ou plusieurs mois plus tard, n'a aucune importance. C'est dire que le langage utilisé dans ce cas devra permettre tout aussi bien une création de fichiers ou une relecture, en mode élève par exemple, de ce qui vient d'être écrit, ou une modification de tout le contenu, ou même éventuellement une modification de la stratégie adoptée.

Par contre, dans le cas où un contrôle plus serré aura été instauré, compte tenu du fait qu'un certain nombre d'opérations annexes sont venues se greffer sur cette création de cours, comme par exemple l'extraction d'un dictionnaire, ou l'intégration de ce cours dans un ensemble cohérent, etc..., il s'agit alors, lors de toute remise à jour, de vérifier que cette remise à jour se fait de façon coordonnée sur tous les endroits où la création aura eu un impact quelconque.

C'est dire que cela devient réellement une opération de gestion intégrée de l'ensemble et non seulement une opération locale de remise à jour du cours.

Ce n'est pas ici le lieu de discuter plus avant ces diverses attitudes, puisqu'il s'agit aussi bien dans le projet Jean BERNARD, que dans les projets analogues, d'opérations qui en sont encore au stade de la recherche et non pas du service. Seul [72] rapporte des faits qui font du projet SUPPES une opération de développement et non plus seulement de recherche.

C - Les consignes pédagogiques.

Le problème des consignes pédagogiques est probablement celui qui créé le plus de difficultés pour les langages d'enseignement. Pour la plupart d'entre eux, on fait appel de façon routinière à des programmes d'analyse de réponse déjà prêts ou que l'on peut créer immédiatement sur quelques commandes qui sont disponibles à travers le langage.
Nous avons vu dans la section précédente, les difficultés que pouvait présenter la structure de différentes stratégies pédagogiques.

Dans un contexte d'enseignement programmé traditionnel, il est relativement facile de créer un langage qui permette d'énumérer les réponses attendues et d'indiquer pour chacune d'entre elles le numéro de l'item sur lequel on va se brancher par la suite. L'entreprise devient plus difficile lorsqu'on désire garder un certain nombre de renseignements précédents pour prendre une option qui dépende du chemin qui a déjà été suivi par l'élève. Bien plus, lorsqu'on est obligé de passer à du calcul pour pouvoir analyser la réponse de l'élève, on se trouve devant le problème d'écrire un mini-compilateur pour interpréter et compiler les programmes écrits. Tout ceci constitue en général la partie la plus difficile du langage d'enseignement. (il en existe aujourd'hui plusieurs dizaines, voir plusieurs centaines).

Un langage idéal devrait pouvoir à chaque réponse permettre d'enregistrer un certain nombre de paramètres, dans une liste que l'on pourrait emmagasiner à la demande, puis éventuellement, ces paramètres pourraient être réutilisés à volonté au moment de l'analyse de la réponse et de la détermination par la stratégie correspondante des stades ultérieures. Ceci implique qu'un certain nombre de données pédagogiques soient relevées en temps réel par la machine sur la demande du professeur et constituent des quantités mesurées auxquelles on puisse se référer quand il est besoin. C'est le sens de la constitution d'un certain nombre de "compteurs statistique " relevés en temps réel dans le projet Jean BERNARD.(voir II.4.A).

De toute cette analyse, il faut retenir les choses suivantes : tout d'abord les langages d'enseignement ont tous un certain nombre de traits communs

ils permettent d'écrire sur des fichiers des textes qui constituent, dans la plupart des cas, le contenu de leçons que l'on va présenter aux élèves ; ils permettent tous également, de prendre des décisions rapides lorsqu'il s'agit de problèmes d'analyse de réponse simples tels que ceux qui se posent dans le cas des questions à choix multiple . Par contre, lorsqu'il s'agit de procédures plus élaborées, par exemple lorsqu'il faut mettre à la disposition des élèves des algorithmes qui vont lui permettrent de simuler certaines réalités, ou lorsqu'il s'agit d'autoriser des remises à jour de cours avec un certain nombre de dérivations sur des problèmes annexes, telle que la constitution de dictionnaires, l'intégration dans un ensemble de cours, etc..., on se trouve aux prises avec des problèmes qui dépassent très largement le cadre d'un simple outil de manipulation de cours.

En ce cas, il vaut mieux, avant de se mettre à écrire l'outil, essayer d'avoir une vue générale sur la philosophie du système que l'on désire mettre en place, et après seulement, se poser la question des outils qu'il faut écrire pour que cette philosophie deviennent réalité.

Dans tous les cas, un langage de manipulation de fichiers sera utile, mais bien insuffisant : malheureusement, cette conception est loin d'apparaître dans les faits pour la plupart des expériences actuelles.

3. - C. M. I. (Computer Managed Instruction) ET TRAITEMENT HORS TEMPS REEL.

Nous écrirons cette section pour mémoire, car nous n'avons pas encore eu une exploitation suffisamment poussée des résultats pour avoir effectivement des problèmes qui nécessitent des solutions dans ce domaine.

La gestion d'une opération de ce type se décompose en un certain nombre de traitements, dont le résultat tangible est l'impression d'un certain nombre d'états. Passons en revue les principaux éléments d'une gestion de l'enseignement.

A - La gestion financière.

Il est évident qu'il faut un moyen d'affecter les heures-machine et éventuellement d'autres indications comptables aux élèves qui vont passer sur les terminaux. Il est donc naturel d'avoir un contrôle nominal rapide en début de séance, par exemple une vérification du nom de l'élève et d'un numéro de code qui lui corresponde, puis d'avoir un relevé du temps au début de la leçon et à la fin. Ceci représente une gestion, relativement facile, à mettre en place.

Par contre il existe un hiatus certain entre le problème du passage des enfants sur la machine, et les problèmes beaucoup plus sévères d'emploi du temps, dans l'organisation actuelle de l'enseignement. Tant que ce hiatus n'aura pas été résolu d'une manière ou d'une autre, il sera sans doute illusoire de vouloir comptabiliser un certain nombre d'heures de cours, car la correspondance entre ces heures de cours et l'enseignement suivi n'est pas du tout évidente et une comptabilité quelconque risque d'introduire des biais et des distorsions tout à fait indésirables à ce stade des recherches.

B - La gestion des élèves.

Cette gestion doit aboutir à un certain nombre d'états qui leur sont destinés. En effet, si un élève a la copie écrite de la leçon qu'il vient de recevoir, il est inutile de donner autre chose.

Il aura toute l'histoire de ce qui s'est passé. Mais, pour les élèves qui sont passés sur des terminaux du type écran cathodique, il devient plus difficile de leur donner un compte rendu du chemin qu'ils ont suivi. Il est donc nécessaire de relever rapidement en cours d'enseignement quelques points qui les concernent, tels que les endroits où ils ont eu des difficultés, le nombre des réponses qu'ils ont fait correctement, le temps global qu'ils ont mis pour passer sur cette leçon, éventuellement les endroits où ils n'ont pas répondu, etc...

Tout cela représente un certain travail de présentation, qui est nécessaire pour que les élèves puissent s'y retrouver dans leur enseignement.

C - Etats destinés aux professeurs.

Ces états sont extrêmement utiles pour le professeur. Sans eux, il est très difficile à l'auteur d'un cours, même quand ce cours a été controlé, de savoir si l'écriture est efficace, et si la leçon est intéressante pour les élèves. On ne peut s'apercevoir de ce genre de choses que si on a pris la précaution de demander un relevé de quelques compteurs en temps réel, comme par exemple les statistiques des temps de réponses, du nombre de réponses justes, fausses ou trop attendues, la fréquence des différents chemins suivis par les élèves etc... Toutes ces statistiques, et les calculs qui s'y rapportent, ont un intérêt certain pour les professeurs. Les états qui leur sont destinés doivent être à la fois un outil pour l'amélioration de l'écriture des cours et une indication du comportement général de la classe, au travers de laquelle ils peuvent se faire une opinion sur les performances individuelles.

D - Etats destinés aux psychologues et linguistes.

Les professeurs sont essentiellement concernés par les contenus des leçons et la manière dont les élèves vont répondre aux questions. En général ils ne sont intéressés que par les leçons qu'ils auront eux-mêmes écrits. Souvent, il leur est difficile de les comparer avec les leçons qui auront été écrites par d'autres professeurs dans le même domaine ou dans des domaines différents.

C'est pourquoi il importe d'avoir également une équipe de psychologues et de linguistes qui permette de voir si, sur un certain corpus de leçons, il est possible de dégager des notions telles que la difficulté intrinsèque des items, la difficulté de rétension, la distribution du temps de latence, etc..., toutes choses qui permettent ou qui permettront de se faire une idée de plus en plus précise des variables qui peuvent presenter de l'intérêt dans l'établissement des stratégies pédagogiques ou dans le suivi de l'apprentissage des élèves. Les modèles dont on a parlé au chapitre I devront pratiquement tous passer par l'analyse de ces quantités, si l'on désire qu'ils aient tôt ou tard un intérêt pratique (voir également à ce sujet la section suivante sur les analyses de données).

E - Les opérations de gestion du système (dites opérations de "Housekeeping").

Nous ne mentionnerons que pour mémoire les opérations de gestion du système, et le software qui permettra de préparer les emplois du temps, d'affecter éventuellement les moyens de l'établissement d'enseignement à telle ou telle tâche, etc... En bref, tous les problèmes qui relèvent de l'organisation générale de l'enseignement peuvent et doivent également être traités sur machine tôt ou tard.

Cette section, sur laquelle nous ne nous étendrons pas plus ; deviendrait évidemment prépondérante si l'enseignement assisté par ordinateur devenait une réalité quotidienne pour un très grand nombre d'élèves. Pour l'instant, elle n'est encore qu'à l'état d'ébauche et de conception générale ; il fallait toutefois y faire allusion dans ce mémoire pour que l'exposé soit complet.

4. - LES ANALYSES DE DONNEES.

En enseignement assisté par ordinateur, un des aspects les plus importants qui est introduit par l'utilisation des calculateurs concerne la

versatilité et l'adaptabilité de la machine aux besoins qui se font jour.

Si l'on veut utiliser à fond les caractéristiques des machines et en exploiter les possibilités, il faut avoir une connaissance extrêmement précise de ce que cela implique. Cette connaissance peut être obtenue par l'analyse des résultats en cours d'exploitation. C'est pourquoi il est extrêmement important d'avoir construit, préalablement à l'utilisation, ces analyses et d'en avoir défini à la fois les données et les normes. Dans cette section, nous examinerons d'abord les problèmes des compteurs statistiques que le calculateur permet de remettre à jour et d'analyser en temps réel, puis nous nous poserons le problème des modèles stochastiques d'apprentissage qui découle de l'examen de ces compteurs, enfin nous aborderons le problème d'un ensemble de programmes d'analyses ("package") qui sera par la suite développé tout au long du chapitre III.

A - Les compteurs statistiques.

Il est normal que l'on désire relever en temps réel un certain nombre de renseignements sur chaque leçon, chaque item d'une leçon, et chaque élève. C'est pour cela que dans le projet Jean BERNARD, un certain nombre de compteurs (de l'ordre d'une vingtaine), sont relevés en temps réel par le moniteur MTR 1.

Les renseignements ainsi recueillis concernant d'abord les durées . La durée globale de la leçon, le temps de réponse sur item, ce temps étant décomposé en temps de réflexion et temps de frappe, le nombre de fois où la durée maximum consacrée à un item aura été atteinte et dépassée au cours d'une leçon etc... sont autant de facteurs pris en compte.

Outre ces problèmes temporels qui sont très importants, puisque dans les théories de l'apprentissage, on s'es aperçu depuis fort longtemps que les problèmes de temps de réponse, et de qualité de la réponse sont liés, on se pose également des problèmes sur la forme des réponses : ainsi le nombre des caractères frappés, le nombre de fois où l'élève fait des retours en arrière pour effacer des erreurs de frappe qu'il a pu commettre, etc... sont autant de renseignements qui sont relevés en temps réel par le moniteur.

FIGURE 14

-=-=-

COMPTEURS STATISTIQUES RELATIFS A L'APPRENTISSAGE

DANS LE PROJET JEAN BERNARD

DESIGNATION	SIGNIFICATION	FREQUENCE DE RELEVE	REMARQUES
T1	Temps de réflexion	par item	Problèmes de durées d'apprentissage
T2	Temps de frappe	par item	
NBCF	Nombre de caractères frappés	par item	Forme de la réponse
NBS	Nombre de retours en arrière	par item	
DI	Intervalle entre retours en arrière	par item	
DG	Durée globale de la leçon	par leçon	Statistiques globales pour comparaison entre leçons
C1	Nombre de questions posées	par leçon	
C2	Nombre d'items de présentation envoyés	par leçon	
C3	Nombre d'items de repérage envoyés	par leçon	
C4	Nombre de fois ou la réponse a été trop attendue	par leçon	Performances globales individuelles
C5	Nombre total de réponses fausses	par leçon	
C6	Nombre total de réponses justes	par leçon	
DSP	Débranchement sur une série parallèle	indicateur	

Enfin, des renseignements relatifs à la qualité de la réponse elle-même sont relevés. Ainsi, le nombre de réponses justes, le nombre de réponses fausses, le nombre de réponses pour lesquelles l'élève a trop attendu avant de répondre, et d'autre renseignements de ce type sont également pris en compte.

Il est évident que ces renseignements constituent rapidement un ensemble de résultats importants qu'il faut alors analyser. La liste des compteurs relevés en temps réel est donnée en figure 14.

Le relevé de ces compteurs implique donc deux étapes : d'abord, une étape temps réel au cours de laquelle ces renseignements sont envoyés sur le disque, qui est le support auxiliaire de la mémoire, puis une étape d'analyses qui elle a lieu et continuera d'avoir lieu en "off-line", et au cours de laquelle les modèles d'apprentissage seront essayés et testés (SMAT a précisément pour but de faciliter ces opérations ; voir le chapitre III).

B - Les modélisations.

On en arrive alors au problème de l'utilisation des compteurs qui sont relevés en temps réel. Le chapitre I a montré le développement et l'étude des modèles stochastiques d'apprentissage d'un certain type. C'est également dans cette optique qu'il faut maintenant aborder le traitement, l'analyse, et par la suite l'utilisation des résultats que l'on vient d'obtenir sous forme de compteurs et sous forme d'une histoire du chemin suivi par les élèves au cours de la leçon.

Nous ne développerons pas plus en détail cette partie de la modélisation, puisque cela a été l'objet essentiel de tout le premier chapitre. Signalons simplement ici que les modèles qui seront ou qui devraient être développés dans cette optique concerneront en premier lieu les problèmes d'analyse de la qualité de la réponse, si possible indépendemment du contenu de la leçon (des analyses indépendantes du contenu, c'est-à-dire "content-independent" qui seraient pour la sémantique l'analogue des analyses syntaxiques sur les grammaires "context-free").

Après quoi, on se penchera sans doute sur les durées, comme par exemple, les problèmes de temps de réponse,de temps de rétension,de temps de réflexion, les distributions des erreurs commises sur la forme et sur le fond, les analyses croisées sur les erreurs à la fois de forme et de fond, etc... Enfin, des analyses item par item et leçon par leçon devraient permettre de résoudre les questions relatives à la difficulté des items, aux échelles de graduation de ces difficultés, et aux concordances d'échelles entre une analyse objective sur les résultats obtenus par les élèves, et une analyse subjective donnée par les professeurs.

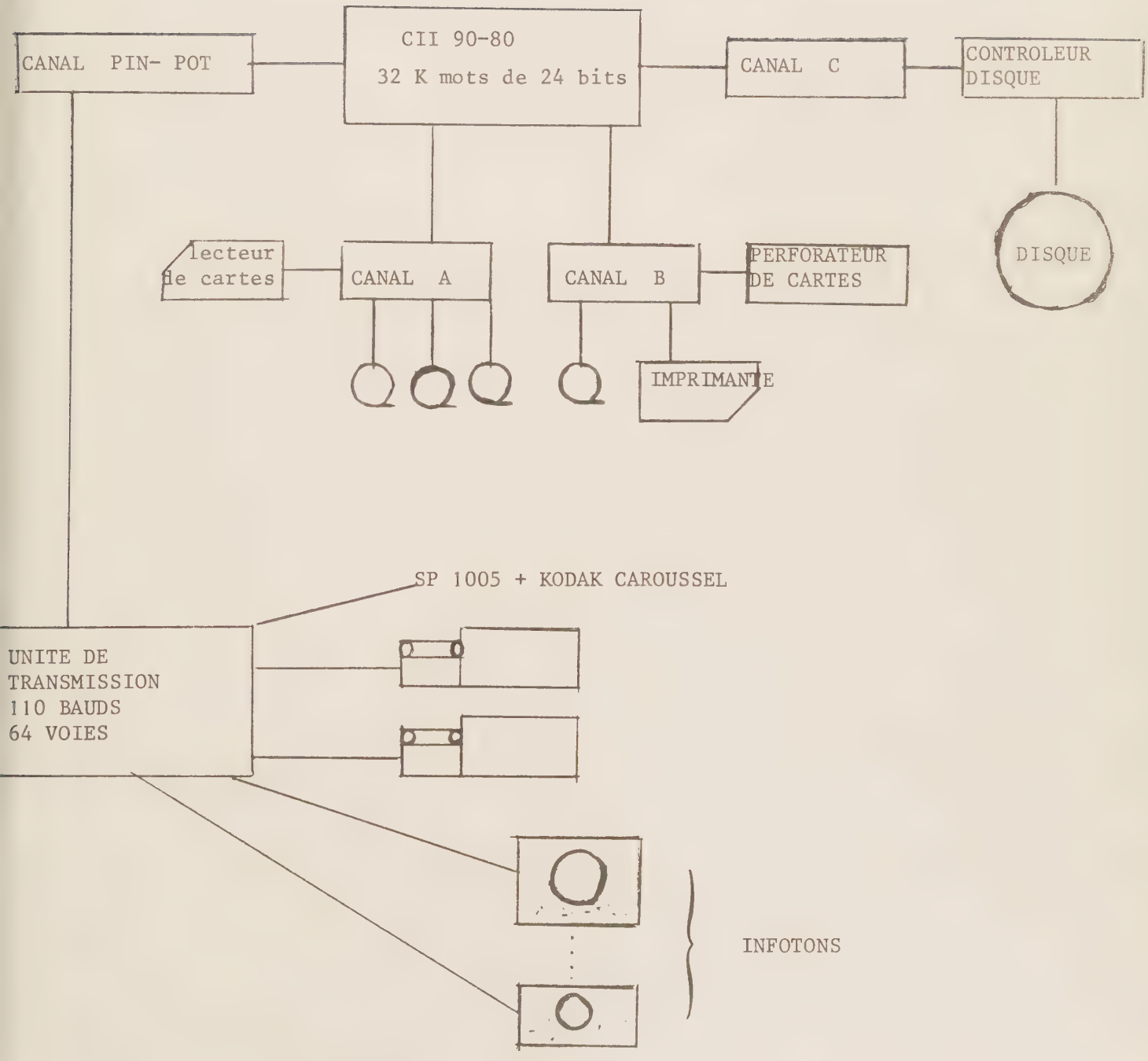
Toutes ces analyses, tous ces dépouillements, tous ces examens, font l'objet ou feront l'objet de modèles séparés et c'est dans ce sens que devrait maintenant se développer le projet banc d'essais Jean BERNARD.

C - A. S. M. A. T.

Tous ces dépouillements, toutes ces analyses, nécessitent la mise en place de programmes assez complexes relatifs à l'analyse séquentielle de données. Cet aspect séquentiel est extrêmement utile, et a été mis en valeur tout au long du chapitre I de ce mémoire. Il y a donc là un problème qui est à la fois un problème de formalisation pour pouvoir passer des items écrits dans l'enseignement assisté par ordinateur à des quantités qui sont manipulables en machine pour faire du traitement de données , mais aussi un problème d'analyse séquentielle de ces données, qui vient après le problème de formalisation proprement dite, et qui est relatif cette fois à l'analyse numérique ou qualitative proprement dite. Ces deux parties sont trop complexes pour qu'on puisse les traiter rapidement ici sous forme d'un simple paragraphe. Elles vont faire l'objet d'un développement plus complet qui constituera le troisième chapitre de ce mémoire.

FIGURE 15

CONFIGURATION JEAN BERNARD



5 - LA CONCEPTION GENERALE DE SYSTEMES SPECIALISES A L'ENSEIGNEMENT ASSISTE PAR ORDINATEUR

Nous venons d'analyser dans les quatre sections qui précèdent un certain nombre de points de vue qui sont relatifs aux problèmes de systèmes spécialisés à l'enseignement assisté par ordinateur. Nous possédons maintenant les éléments de base d'une conception de ces systèmes et nous en sommes arrivés au point où il nous faut faire la jonction entre les différents problèmes que nous avons évoqués pour aboutir à un tout cohérent.

Deux projets basés sur cette conception d'ensemble ont été mis en train à l'I. R. I. A. L'un deux, le projet Jean BERNARD, est basé sur un CII 90.80, et grâce aux efforts conjugués des chercheurs du département "Informatique Appliquée", il est passé du stade des conceptions telles qu'on vient de les présenter dans ce chapitre au stade d'une réalisation effective. Plus de trente homme-années d'efforts et de travail, plus de trois ans de recherches coordonnées, plusieurs centaines d'heures d'expériences diverses ont permis de créer le banc d'essais qui forme un excellent outil de travail et qui devrait encore permettre de tester des idées nouvelles ou d'en exploiter les résultats.

L'autre,le DIRIA, petite machine spécialisée est en cours d'étude et de recherche : ce système en est encore au stade de la conception. Il permettra lui aussi d'illustrer certains des concepts qui ont été présentés tout au long de ce chapitre.

Donnons rapidement un descriptif de ces projets :

A - Le projet Jean BERNARD.

Le dessin de système et la configuration utilisée pour ce projet sont schématisés en figure 15.

En ce qui concerne le software qui a été écrit pour ce projet, on peut le décomposer essentiellement en 3 parties qui sont d'une part la partie moniteur, d'autre part la partie applications en ce qui concerne les analyses de réponse et le software relatif à l'écriture des cours, et une troisième partie relative aux problèmes d'analyse de données.

Pour ce qui est du moniteur qui occupe environ 12 K mots de la machine, on l'a nommé MTR 1 et il a essentiellement les fonctions et les caractéristiques dont nous avons parlé tout au long de ce chapitre pour les systèmes moyens ou gros spécialisés à l'enseignement assisté par ordinateur. Pour ce qui est de l'enregistrement des réponses des élèves, il y a un certain nombre de zones mémoires tampon dans le moniteur qui sont des zones tampons fixes allouées à chaque terminal, puisque le nombre de terminaux, pour l'instant, n'est pas prévu pour excéder 16 (rappelons toutefois que l'interface peut aller jusqu'à 64 voies).

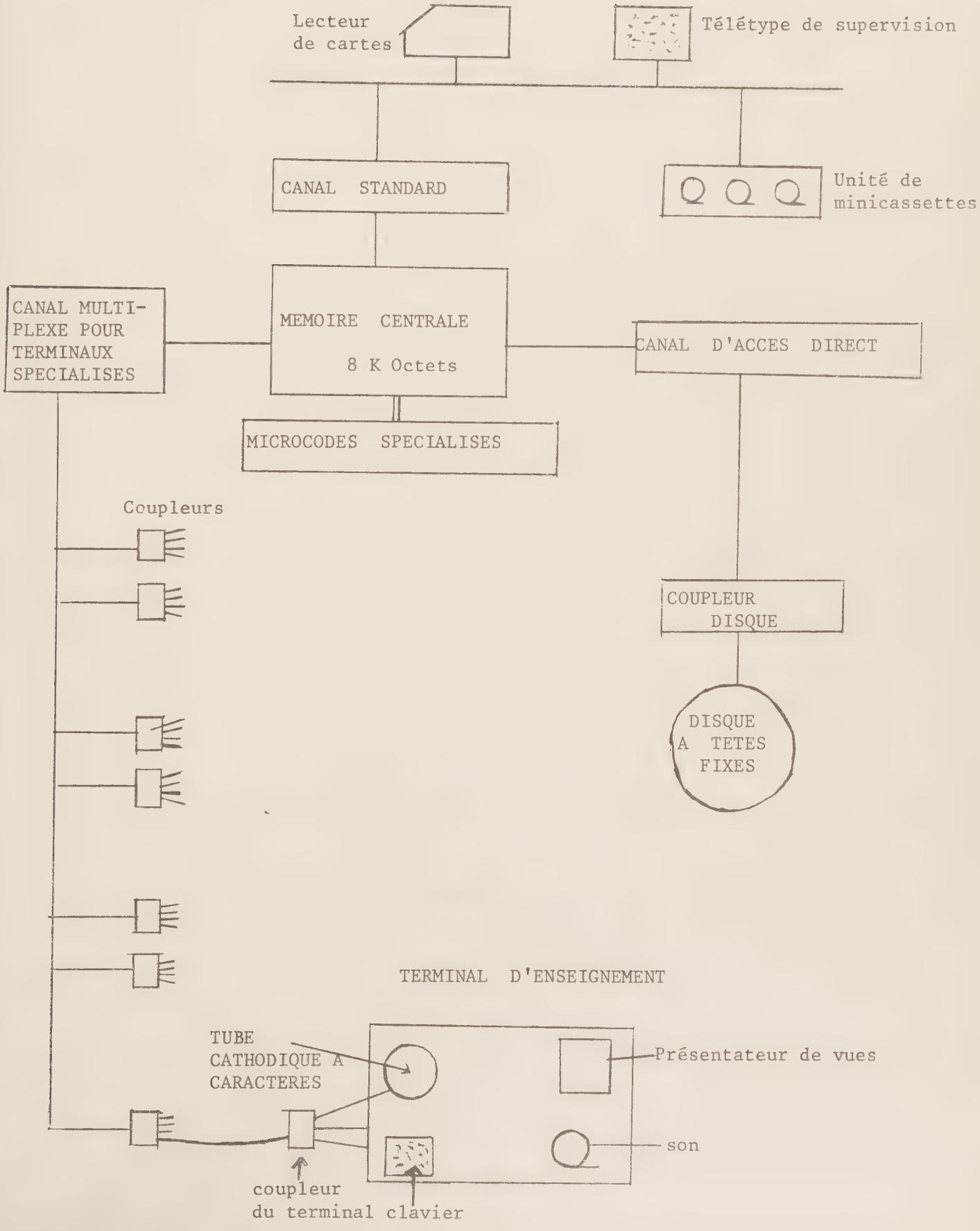
Ce moniteur est un moniteur qui permet une simultanéité sur l'ensemble des postes, pour ce qui est de l'enseignement assisté par ordinateur de type traditionnel, c'est-à-dire un enseignement par des séquences principales et des séries parallèles de rattrapage pour le cas où l'élève semble avoir des défaillances dans son apprentissage. Le problème des études de cas, qui est un problème différent en cours d'analyse, peut être intégré au même moniteur mais dans des vacations temporelles différentes. Il en est de même pour l'enseignement de l'informatique au moyen d'un interpréteur APL.

Pour ce qui est du software d'application, l'accent a été mis sur les analyses de réponse qui occupent maintenant environ 7 à 8 K mots de la machine. Ces analyses de réponse, dont on a donné les caractéristiques générales dans la section II. 1, sont essentiellement des analyses de réponse par caractères, par mots, par énumération ordonnée ou non, par réponses chiffrées, avec ou sans unité, etc... La variété de réponses que ces analyses permettent est maintenant très grande et autorise une gra facilité en ce qui concerne les tests de connaissance.

Ce point était capital dans le projet, puisque dans l'expérimentation qui a cours, les élèves sont des médecins qui ont déjà leurs diplômes, et non point des élèves d'âge relativement faible.

FIGURE 16

CONFIGURATION DIRIA



Or, des élèves de ce niveau ont un besoin d'expression très développé. C'est pourquoi la possibilité d'avoir un ensemble de question/réponses qui couvre une gamme étendue est extrêmement intéressante. La suite de ce projet apparait maintenant très nettement : un deuxième moniteur temps réel MTR2 devrait succéder au MTR1, qui permettrait la prise en compte simultanée de l'enseignement programmé traditionnel, des études de cas, et de l'enseignement de l'informatique par mini-compilateur. En outre un tel moniteur pourrait également permettre de prendre en compte des tâches documentaires et d'autres tâches annexes relatives à l'enseignement. Sur le plan des analyses, la mise en place de ASMAT devrait permettre de commencer une exploitation systèmatique de résultats et un développement assez considérable du côté des modèles d'apprentissage. Cet ensemble constitue en fait d'ores et déjà un outil très utilisable. Le projet Jean BERNARD constitue donc un banc d'essai de l'enseignement assisté par ordinateur sur le hardware, sur le software et sur les applications.

B - Le projet DIRIA.

Pour ce qui est du projet DIRIA, on se trouve devant un système spécialisé de l'enseignement assisté par ordinateur basé sur un petit calculateur. Le petit calculateur en question est un Multi 8 fabriqué en France par la Société Intertechnique. Le support de mémoire auxiliaire, est un disque SAGEM MS 300, à tête fixe, qui peut aller jusqu'à 128 pistes de 4 K octets chacune. Ce disque comprend à la fois une zone réservée aux programmes qu'il est prévu d'appeler par segment en mémoire centrale, et une zone qui correspond aux images à envoyer aux terminaux des élèves (ces images seront emmagasinées sous une forme comprimée).

Le moniteur est en cours d'étude, selon les concepts que l'on a défini tout au long de ce chapitre (la figure 16 donne le dessin de la configuration adoptée). Ce n'est pas ici le lieu de s'étendre plus avant sur ce projet. Toutefois pour que l'exposé soit complet, il faillait signaler ici son existence.

CONCLUSION.

Nous avons essayé de montrer tout au long de ce chapitre que des analyses orientées vers les fonctions que les systèmes spécialisés à l'enseignement assisté par ordinateur doivent accomplir, et vers les contraintes qui sont imposées par les types de matériels existants aujourd'hui sur le marché, nous orientent vers certains types de software et de configurations de machines. Les considérations qu'il nous faut prendre en compte pour faire ces analyses ont été explicitées dans les 5 sections de ce chapitre II. D'une manière générale, la conception de systèmes spécialisés a été la préoccupation essentielle qui s'est dégagée de toute cette discussion. Il est important d'avoir des idées précises sur cette conception avant de mettre en place des équipes numériquement importantes qui devront ensuite programmer selon les principes mis en place un certain nombre d'applications et de programmes pour le software de base afin de permettre une réalisation effective. C'est pourquoi il était utile que ces conceptions soient finalement explicitées, pour présenter dans son ensemble le travail considérable qui a été accompli dans ce domaine, et en particulier tout ce qui a été fait dans le cadre du projet Jean BERNARD.

C H A P I T R E III

-=-=-=-=-=-

ANALYSES SEQUENTIELLES POUR MODELES D'APPRENTISSAGE TEMPORELS

(A.S.M.A.T.)

========
====
==

Tout ce qui a précédé montre à quel point l'Informatique, la Statistique et d'autres sciences doivent être imbriquées et utilisées simultanément si l'on veut obtenir des résultats probants dans le domaine de l'apprentissage.

L'Informatique apporte les moyens et, avec eux, la souplesse, la versatilité et l'efficacité dont on a besoin. La Statistique apporte les analyses, les contrôles, les garde-fous sans lesquels on ne peut mesurer ce que l'on fait, ni progresser utilement. La première s'est développée en enseignement assisté par ordinateur de manière très désordonnée, faisant face à tout instant à des situations nouvelles, y répondant de façon improvisée, sans but très précis et sans lignes directrices.

L'action de l'Informatique dans ce domaine s'est inscrite dans le contexte de tentatives expérimentales et de recherches pratiques, avec peu de théories qui puissent servir de support technique solide à ces tentatives. La seconde s'est développée antérieurement à l'enseignement assisté par ordinateur, à qui elle a donné naissance : en effet, il ne faut pas oublier que les chefs d'équipe de ce domaine ont tous été au départ des psychologues

et le sont encore, dans une large mesure. Là, par contre, le cadre théorique est solide, la modélisation stochastique bien avancée, les analyses statistiques en place et suffisamment rodées. Toutefois, on a obtenu tout ça au prix de situations expérimentales dépouillées,de simplifications à outrance et d'études en milieu très contrôlé.

Alors se pose le problème de concilier ces deux points de vues, de réunir les avantages du pragmatisme de l'enseignement assisté par ordinateur et de la rigueur scientifique des modèles d'apprentissage, de donner aux théories de l'une l'élargissement énorme que procure l'outil calculateur, et au contexte pratique de l'autre un sérieux et une valeur démonstraive qui seuls peuvent l'élever au rang de science reconnue.

C'est à cette croisée de chemins que se situe A.S.M.A.T. Il s'agit d'un ensemble de programmes répartis en cinq catégories dont le but est de partir d'une opération d'enseignement assisté par ordinateur telle qu'elle est vue du moniteur, et d'aboutir à travers une formalisation qui occupe les deux premières catégories (la codification et la compression) à une présentation des résultats qui permette l'utilisation d'analyses séquentielles (c'est l'objet de la troisième catégorie de programmes : analyses), puis à une évaluation de la qualité des modèles produits et hypothèses faites (à travers les programmes des catégories 4 et 5 : génération et comparaison.

Nous allons au cours de ce chapitre expliciter ces catégories ; chacune constitue en fait une étape du raisonnement, en donner le contenu et illustrer son mécanisme par des exemples.

1. - ASMAT - CODIFICATION

A - BUT

Le but de cette étape est de transformer une séquence d'EAO

(enseignement assisté par ordinateur) en une séquence formattée de type "psychologie mathématique".

B - Mode opératoire

On part d'un cours écrit pour l'EAO . Chaque étape de la séquence d'enseignement est alors codifiée selon le code donné plus loin, qu'il s'agisse de l'envoi d'un item à l'élève, de la réponse qu'il donne ou des commentaires qu'on lui envoie. On obtient ainsi une séquence codée se rapprochant du format souhaité (S,A,E,t) et apte à servir de données d'entrée à l'étape suivante.

On initialise la séquence en mettant une étiquette qui précise le nom de l'élève et un code à 8 caractères dont les 4 premiers se refèrent à la leçon et les 4 derniers à l'élève (école , classe, et n° séquentiel de l'élève dans la classe).
Cette étiquette a elle-même un format compatible avec le reste.

C - Algorithme de codification

On distingue les items envoyés à l'élève, la réponse qu'il donne et les commentaires éventuels. Pour chacune de ces catégories, on codifie comme suit :

a) Codification du stimulus

L'item envoyé peut avoir 1, 2 ou 3 composantes.
La première de ces composantes se rapporte au texte écrit (machine à écrire ou tube cathodique), la deuxième à l'image ou au film qui accompagne le texte, la troisième au message sonore qui peut lui aussi accompagner le texte.
$\alpha\nu$ est une abréviation pour désigner un code alphanumérique.

codification relative à la deuxième et à la troisième composante est facile à definir.

En effet, on part de l'hypothèse que le vecteur principal de signification du stimulus est le texte, alors que les images et les messages sonores ne sont que des vecteurs secondaires agissant en renforcement du vecteur principal. Sur le plan du hardware, cette idée se traduit par le fait que l'image et le son sont synchronisés sur la présentation du texte et non l'inverse.

La codification de ces deuxième et troisième composantes du stimulus sera alors un chiffre de 0 à 3 avec la signification suivante :

0 = ni image ni, son d'accompagnement ;
1 = pas d'image, mais un son d'accompagnement ;
2 = une image qui accompagne, mais pas de son ;
3 = une image et un message sonore accompagnent le texte écrit.

En d'autres termes, c'est une codification de type 0 - 1 sur deux bits, dont le premier correspond à l'image et le deuxième au son.

La codification relative à la première composante est plus difficile à mettre en place. On procède comme suit :

Soit $C = \{c_i ; i = 1, 2, \ldots, I_1\}$ l'ensemble des concepts à enseigner. Nous acceptons comme concept différent la relation qui peut exister entre deux concepts élémentaires ou composés. Un concept élémentaire est défini comme l'un des c_i. Un concept composé est défini comme un sous-ensemble de C qui comprend plus de un des c_i.

Avec ces définitions, on peut partir d'un lexique des concepts élémentaires (I éléments) à enseigner et l'algèbre correspondante (2^I éléments) est le maximum que peut prendre C. (en fait $I_1 << 2^I$).

On codifie la première composante comme un ensemble de 1, 2, 3 ou 4 concepts élémentaires numérotés séquentiellement.

Le résultat de la codification est donc du type :

$$S = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4; \Theta)$$

avec

$$\alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{s'il n'y a pas de concept élémentaire correspondant} \\ & \text{le numéro séquentiel du concept élémentaire correspondant s'il y a lieu} \end{cases}$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

et

$$\Theta = \begin{cases} 0 & \text{ni image ; ni son} \\ 1 & \text{pas d'image ; son} \\ 2 & \text{image ; pas de son} \\ 3 & \text{image ; son} \end{cases}$$

$S = (S_1 ; \Theta)$ avec $S_1 = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$.

Remarquons ici qu'il y aura toujours au moins un concept dans S_1. En outre, le premier concept marqué sera appelé "concept leader". Il s'agit en fait du concept principal qu'on essaie d'enseigner au moment où l'item codé est présenté.

De plus, les limitations de codification que l'on a introduites sur le nombre de concepts (quatre au maximum) représentés par item, et représentés par leçon ou domaine (64 au maximum) sont dûes à une commodité d'écriture en vue du passage sur CII 90 80 (mots de 24 bits, c'est-à-dire de 4 caractères correspondant à 64 possibilités, et 4 de ces caractères pouvant tenir dans un mot machine). Mais ce caractère limitatif n'est nullement impératif et on peut s'en affranchir facilement. Toutefois, on l'a laissé par commodité pour la démonstration. Après une enquête plus en détail faite sur l'enseignement de l'hématologie, il semble qu'un maximum de 6 concepts par item et de 256 concepts au total (un octet pour le codage) serait beaucoup plus proche des besoins réels.

b) Codification de la réponse

On désire ici avoir une codification de la réponse aussi indépendante que possible du contenu de l'enseignement, à la différence de la codification sur les stimuli qui est très "content-dependent". C'est pourquoi on s'oriente sur la codification suivante :

$A = \{ a_o, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \}$ ce qui correspond à un indice $\mu = 0, 1, \ldots, 5$ avec :

$$\mu = \begin{cases} 0 & a_o = \text{l'élève demande l'item suivant (réponse neutre)} \\ 1 & a_1 = \text{réponse entièrement juste à une question} \\ 2 \text{ si} & a_2 = \text{réponse non donnée ; non comprise ; donnée trop tard} \\ 3 & a_3 = \text{réponse fausse dans sa forme} \\ 4 & a_4 = \text{réponse fausse dans son fonds} \\ 5 & a_5 = \text{réponse fausse à la fois dans le fond et la forme.} \end{cases}$$

c) Codification des commentaires

Pour la codification des commentaires, on se heurte à une dualité de description. D'un côté, une description orientée vers les théories de l'apprentissage mettrait en valeur les aspects positifs, négatifs ou nuls du renforcement (c'est-à-dire le fait qu'un renforcement/commentaire améliore ou non l'apprentissage) ; d'un autre côté, une description orientée vers l'E.A.O. mettrait plus l'accent sur la forme sous laquelle le commentaire est envoyé. Un commentaire banalisé donne des indications générales du type "vous avez fait juste" ou "vous avez répondu faux" qui sont applicables à un très grand nombre de situations, mais qui ont une valeur de renforcement très limitée. Un commentaire construit est la combinaison d'un commentaire assez général avec des "trous" que l'on remplit en mettant en parallèle un ou plusieurs mots qui représentent une erreur de l'élève et le ou les termes corrigés en face. La valeur de renforcement de ce type de commentaire est plus forte que pour les commentaires banalisés. Enfin, en haut de cette échelle des valeurs de renforcement, on trouve les commentaires spécialisés qui sont très orientés sur une erreur particulière dans une question particulière et qui sont

évidemment les plus efficaces, mais aussi les plus coûteuses à produire.

On a donc construit une codification à cheval sur ces deux échelles de valeur, dont l'une est dérivée des théories de l'apprentissage et l'autre est dérivée de la pratique de l'E.A.O.

Cela donne : $E = \{e_o, e_1, \ldots\ldots, e_9\}$,

où e_o = pas de commentaire et

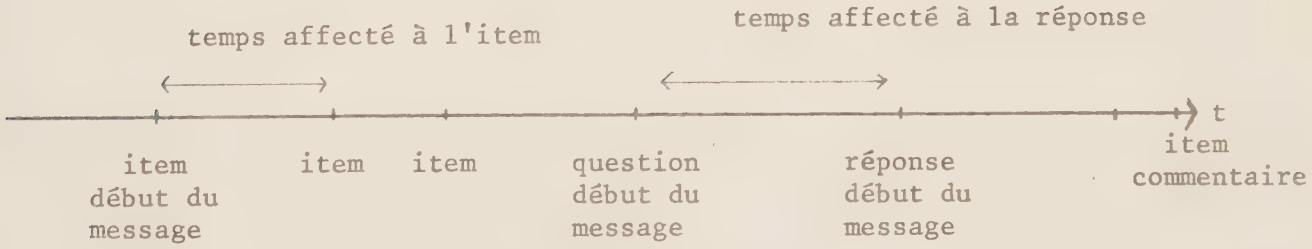
$\nu = 3\,\beta + \alpha$ dans laquelle ν est l'indice de e.

$$\beta = \begin{cases} 0 & \text{si le commentaire est banalisé} \\ 1 & \text{si le commentaire est construit} \\ 2 & \text{si le commentaire est spécialisé} \end{cases}$$

et

$$\alpha = \begin{cases} 0 & \text{si le renforcement est neutre (réponse non ordonnée)} \\ 1 & \text{Si le renforcement est positif (réponse correcte)} \\ 2 & \text{si le renforcement est négatif (erreur de l'élève).} \end{cases}$$

d) Codification du temps (facultatif)



pour S,A,E le temps indiqué est celui de l'envoi du premier caractère ou de l'instant ou le premier caractère est frappé.

FIGURE 17

RESULTATS DE CODIFICATION

CLAS TP55	DINE IA01	2110
1	15014421	2
2	16155700	0
3	15012324	0
4	25262829	0
5	15012360	0
6	25034041	0
7	40132557	2
8	40134337	2
9	34133536	2
10	27133845	2
11	40133427	2
12	40314200	2
13	41132557	2
14	41134342	2
15	41063435	2
16	27134500	2
17	41133461	2
18	40415700	2
19	15062646	2
20	46135600	2
21	46133436	2
22	46135634	2
23	46014757	2
24	32132601	2
25	32134227	2
26	34133635	2

27	32134849	2
28	50014442	2
29	28133451	2
30	51103246	2
31	29303115	0
32	30156063	2
33	30155200	2
34	31134262	2
35	31134337	2
36	34133635	2
37	27135338	2
38	31133436	2
39	31133454	2
40	53523400	2
41	27075556	2
42	31134200	2
43	15013300	2
44	33134200	2
45	33134327	2
46	34134245	2
47	45043319	2
48	34453319	2
55	62016200	2
56	31000000	2
	A A A A	2
	E E E E	2
	E E E E	2
	A A A	3

FIGURE 17 (suite)

	E E E E	1
	E E E E	0
58	41000000	2
	A A A A	2
	E E E E	2
	E E E E	2
	A A A A	1
	E E E E	1
60	32000000	2
	A A A A	2
	E E E E	2
	E E E E	2
	A A A A	4
	E E E E	2
	E E E E	5
	E E E E	0
62	30000000	2
	[illegible]	2
	[illegible]	2
	E E E E	2
	A A A A	3
	E E E E	1
	E E E E	0
64	30016033	2
65	40000000	2
	A A A A	1
	E E E E	1
67	[illegible]	[illegible]

	A A A A	2
	E E E E	2
	E E E E	2
	A A A A	1
	E E E E	1
69	51006000	2
70	46000000	2
	A A A A	1
	E E E E	1
72	57012447	2
73	24420000	2
74	24420000	2
75	24134358	2

CODAGE DU CHEMIN DE L'ELEVE NUMERO 1 TERMINE

CLAU TRSS	DE IA02	2110
1	19014421	2
2	16155700	0
3	15012324	0
4	25262829	0
5	15012360	0
6	25034041	0
7	40132557	2
8	40134337	2
9	34133536	2
10	27133845	2
11	40133837	2
12	40314200	2
13	41132557	2
14	41134342	2

FIGURE 17 (suite)

15	41063435	2
16	27134500	2
17	41133461	2
18	40415700	2
19	15062646	2
20	46135600	2
21	46133436	2
22	46135634	2
23	46014757	2
24	32132601	2
25	32134227	2
26	34133636	2
27	32134849	2
28	60014442	2
29	28133451	2
30	[illegible]	2
31	[illegible]	0
32	30156063	2
33	30155200	2
34	31134262	2
35	31134337	2
36	34133635	2
37	27135338	2
38	31133436	2
39	31133454	2
40	[illegible]	2
41	[illegible]	2
42	[illegible]	2

43	15013300	2
44	33134200	2
45	33134327	2
46	34134245	2
47	45043319	2
48	34053319	2
55	62016200	2
56	31000000	2
	A A A A	3
	E E E E	1
	E E E E	0
58	41000000	2
	A A A A	4
	E E E E	2
	E E E E	3
	E E E E	0
60	32000000	2
	A A A A	2
	E E E E	2
	E E E E	2
	A A A A	4
	E E E E	2
	E E E E	0
62	30000000	2
	A A A A	2
	E E E E	2
	E E E E	2
	A A A A	1

FIGURE 17 (suite)

	E E E E	1
64	30016033	2
65	40000000	2
	A A A A	4
	E E E E	5
	E E E E	0
67	51570000	2
	A A A A	1
	E E E E	1
69	51006000	2
70	46000000	2
	A A A A	2
	E E E E	[illegible]
	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	3
	E E E E	[illegible]
	E E E E	0
72	[illegible]	2
73	[illegible]	[illegible]
74	[illegible]	[illegible]
75	[illegible]	2

CODAGE DU CHEMIN DE L'ELEVE NUMERO 2 TEMINE

STOP 77774123

D - Résultat de la codification

Une séquence d'EAO se présente en fin de programme sous l'aspect suivant (en codification interne machine)

1 mot machine	1 mot machine	1 mot machine	
Label leçon 4 car.	Label élève 4 car.	Label date (mois et jour) 4 car.	Nom de l'élève sur 3 mots machine
			Chaque groupe de 3 mots représente un échange élémentaire avec le format suivant :

1° mot = { AAAA s'il s'agit d'une réponse
EEEE s'il s'agit d'un renforcement/commentaire
xxxx si c'est un stimulus

2° mot = { 0 si le 1° mot montre qu'il s'agit de S
μ si le 1° mot montre qu'il s'agit de A
ν si le 1° mot montre qu'il s'agit de E

3° mot = temps.

En code interne, toute la codification est alphanumérique ou numérique entière : c'est pourquoi les traitements sont numériques entiers.

En codification carte, chaque mot machine correspond à 4 caractères cartes, ce qui donne un transcodage immédiat en lecture et en écriture.

La figure 17 donne un exemple de résultat de codification ; les annexes II.1 à II.4 donnent respectivement l'organigramme du programme codification, son listing, ses sorties intermédiaires et le codage préalable des concepts présentés.

FIGURE 18

CODAGE DU CHEMIN SUIVI PAR L'ELEVE

AVANT ET APRES COMPRESSION

```
 10116CC0CC
 2170244390
 3170200000
 41713293CC
 517CCC00C2
 6431339242
 7340141402
 8223413352
 92334C4222
10243413362
114C3412362
12411234422
13342513352
14342613362
15181613212
16342113422
17341813422
18391328CC2
19281340382
20281224252
21161329392
22122922232
23241320382
24253CCC0C2
25173113302
26331330002
27321317302
28171239000
  CAAA4    2
  CEEEE    0
  CEEEE    2
  CAAAA    2
  CEEEE    0
  CEEEE    0
30301641120
  CAAAA    4
  CEEEE    5
  CEEEE    0
3219C727300
  CAAAA    1
  CEEEE    1
  CEEEE    0
69170244390
70391711432
71344311372
72350126182
73361117392
74281240252
75271339002
76291317232
77291223252
78291125412
79301325412
80301316312
81301316332
```

FIGURE 18 (suite)

```
30301641120
 CAAAA     4
 CEEEE     2
 CEEEE     5
 CEEEE     0
32190727300
 CEEEE     0
 CAAAA     1
 CEEEE     1
 CEEEE     0
69170244390
70391711432
71344311372
72350126182
73361117392
74281240252
75271339002
76291317232
77291223252
78291125412
79301325412
80301316312
81301316332
82301316322
83181330002
84171239000
 CAAAA     2
 CEEEE     0
 CEEEF     2
 CEEEE     0
 CAAAA     0
 CEEEE     0
86401328000
 CAAAA     1
 CEEEE     1
88291318000
 CEEEE     0
 CAAAA     1
 CEEEE     1
90221329270
 CAAAA     4
 CEEEE     2
 CEEEE     5
```

```
S= 17          CODE= 0          1
A= 2                            1
E= 2                            1

S= 17          CODE= 0          2
A= 2                            2
E= 0                            2

S= 30          CODE= 0          3
A= 4                            3
E= 5                            3
```

```
S= 19        CODE= C        4
A= 1                        4
E= 1                        4

S= 30        CODE= 2        5
A= 2                        5
E= 8                        5

S= 30        CODE= 2        6
A= 3                        6
E= 6                        6

E= C                        7

S= 40        CODE= C        8
A= 4                        8
E= 5                        8

S= 29        CODE= C        9
A= 1                        9
E= 1                        9

S= 22        CODE= C       10
A= 4                       10
E= 5                       10

S= 17        CODE= 0       11
A= 4                       11
E= 8                       11

S= 17        CODE= 0       12
A= 3                       12
E= 1                       12

S= 30        CODE= C       13
A= 4                       13
E= 5                       13

E= C                       14

S= 19        CODE= 0       15
A= 1                       15
E= 1                       15
```

```
S= 30          CODE= 2          16
A= 2                            16
E= 2                            16

S= 30          CODE= 2          17
A= 0                            17
E= 0                            17

S= 40          CODE= 0          18
A= 1                            18
E= 1                            18

E= 0                            19

S= 29          CODE= 0          20
A= 1                            20
E= 1                            20

S= 22          CODE= 0          21
A= 4                            21
E= 8                            21

CODAGE S A E TERMINE

*STOP* 77774123
```

2. - ASM. 1 - COMPRESSION

On arrive maintenant à la deuxième étape du "package". En sortie de la codification, on trouve une séquence de stimuli, réponses et renforcements correspondant exactement au chemin suivi par l'élève. En général, on aura donc une série de stimuli, suivie par quelques triplets question-réponse-renforcement. Or, les analyses que l'on effectue d'habitude en théorie de l'apprentissage sont basées sur une succession S.A.E. Il faut donc soit réviser cet ordonnancement dans le cas de l'E.A.O., soit trouver un moyen pour passer de la codification définie à la section précédente à une filiation S-A-E-S-A-E- etc....

C'est ce deuxième mode opératoire qui est adopté ici. Compte tenu du fait qu'en pratique une réponse sera toujours suivie d'un commentaire-renforcement, l'algorithme que l'on recherche aura surtout pour but de comprimer un ensemble d'items de présentation en un seul stimulus codé, d'où le nom de compression donné à cet étage . Cette idée s'accorde très bien avec la notion de "concept leader" que l'on a dégagée à la section précédente. En effet, c'est presque toujours le cas qu'un ensemble d'items soit consacré à l'exposé d'un seul et même concept global que l'on présente, illustre, analyse, corrèle avec les autres.

Accessoirement, lorsqu'on a plusieurs questions-réponses-commentaires-qui se succèdent, il peut également s'agir d'insérer un stimulus fictif entre deux questions consécutives pour rétablir la séquence SAESAE.

Partant du principe qu'un ensemble de questions va se rapporter implicitement au bloc d'E.A.O. qui précède et qui relève du même "concept leader", on décide alors de répéter celui-ci dans la séquence codée jusqu'à ce qu'intervienne le bloc suivant.

La figure 18 donne un exemple de résultat de compression après codification . Les annexes II.5 et II.6 donnent respectivement l'organigramme du programme compression et son listing. La figure 18 est le résultat du programme donné.

3. - ASMAT - ANALYSES

On en arrive maintenant au problème des analyses que l'on veut effectuer sur les résultats obtenus en apprentissage et en E.A.O.

Dans les chapitres I et II, nous avons détaillé les caractéristiques de ces analyses. Maintenant, nous désirons nous placer dans le contexte suivant.

En sortie de l'étage "ASMAT - COMPRESSION", ou en sortie des expériences faites en apprentissage, on trouve un ensemble de trois fichiers : un fichier S qui représente les stimuli, un fichier A qui représente les réponses, et un fichier E qui représente les renforcements. Ces fichiers sont indexés soit par un numéro séquentiel, soit par le temps, ce qui signifie que chacun d'entre eux sera composé de deux mots machine dont l'un correspond au code ou à la valeur numérique de S, A, ou E, et l'autre correspond soit au numéro séquentiel, soit au temps. Les analyses que nous voulons effectuer sur ces fichiers sont de natures diverses. Certaines d'entre elles ont trait à des prétraitements que l'on voudrait faire subir à chacun des fichiers ; d'autres visent les traitements relatifs aux chaînes de probabilité que l'on dérive d'une étude séquentielle des résultats. Ces chaînes peuvent correspondre à des probabilités non conditionnelles ou à des probabilités conditionnelles du premier ordre et du second ordre.

L'utilité de ces dernières a été mise en évidence dans la section I.2. Au cours de la discussion qui va suivre, on donnera le nom et la description d'un certain nombre de sous-programmes qui constitueront séparément chacun des modules du traitement global envisagé. Un traitement numérique général sera alors obtenu par une combinaison judicieuse de ces sous-programmes (voir un exemple à la fin du chapitre). Remarquons ici que, si l'on prend la précaution de mesurer le temps en multiples entiers d'un cycle de base (par exemple de 1 seconde), tous les traitements s'adressent à des fichiers numériques entiers.

A - Prétraitement 1 : sélection

Nous nous occupons ici du problème de la sélection, dans un fichier

de résultats d'expériences, du sous-ensemble de données dont nous voulons faire ensuite l'analyse.

Nous avons mis en évidence dans les sections I.2 et I.3, le fait que les processus d'apprentissage observables doivent parfois être envisagés à l'asymptote. Il s'agit alors dans certains cas d'éliminer le début d'une séquence de données, de manière à se placer à l'asymptote de l'apprentissage.

Parfois au contraire, on désire s'intéresser aux réactions immédiates des élèves, ce qui implique que l'on élimine la fin de la séquence et qu'on ne garde pour l'analyse que le début.

Enfin, on voudrait parfois enlever certaines données qui nous apparaissent imprécises ou inadéquates pour l'analyse que l'on désire faire, ou qui pourraient introduire un biais dans les résultats d'analyse (valeurs trop fortes, etc...). Ceci implique l'écriture de trois sous-programmes que nous appellerons SEL 1, SEL 2, SEL 3.

a) SEL 1

Le sous-programme de prétraitement SEL 1 a pour objet de prendre pour fichier d'entrée un fichier numérique ou alphanumérique de type S, A, ou E, et d'en éliminer toutes les données pour lesquelles le numéro séquentiel est inférieur à un chiffre N_o, ou le temps correspondant inférieur à l'instant t_o. Donc le sous-programme SEL 1 a pour paramètre d'entrée un fichier que l'on précise être selon les cas S, A, ou E, et un nombre N_o ou un chiffre t_o. En sortie, ce sous-programme redonne le même fichier, dont on aura supprimé les données qui avaient un numéro d'ordre inférieur à N_o ou un temps inférieur à t_o, c'est-à-dire les données de début. (cela signifie que l'on considère le processus à l'asymptote).

b) SEL 2

Cette fois-ci, on s'intéresse à l'apprentissage immédiat.

SEL 2 est un sous-programme de prétraitement qui aura comme paramètre d'entrée un des fichiers S, A, E (à préciser) et un nombre N_o ou un chiffre t_o. Cette fois, il s'agit de supprimer toutes les données qui ont un numéro d'ordre supérieur à N_o ou un temps supérieur à t_o. En sortie de ce sous-programme, on trouve évidemment le fichier corrigé qui permet d'étudier l'apprentissage en début d'expérience.

c) SEL 3

On désire opérer une sélection parmi les données du fichier. Les paramètres d'entrée sont à nouveau un des fichiers d'entrée S, A, ou E, et un nombre ou un chiffre, auquel on ajoute cette fois-ci un code allant de 1 à 4. Le code représente les symboles $<$, $\leq$, $>$, $\geq$, et le nombre ou le chiffre, la valeur à laquelle on va comparer chacune des données du fichier qu'il faut prétraiter. En sortie, on trouvera le fichier dont on aura éliminé les éléments indésirables.

A la fin de cet étage de prétraitement, on aura dans le fichier considéré l'ensemble des données que l'on veut soumettre à l'analyse.

Remarquons ici que les trois prétraitements que nous venons de définir peuvent également être appliqués aux trois fichiers S, A, E simultanément. Si SEL 1 ou SEL 2 doit être appliqué en bloc aux trois fichiers S, A et E, le nombre N_o ou le chiffre t_o sera le même pour tous les trois ; une convention simple permet d'indiquer ce traitement au sous-programme SEL 1 et SEL 2. Au lieu de désigner le fichier S, A ou E, on mettra le symbole X qui indiquera que le prétraitement envisagé doit être opéré sur l'ensemble des fichiers simultanément. Le problème du traitement simultané des trois fichiers devient plus difficile lorsqu'on veut travailler avec le sous-programme SEL 3. En effet, il faut alors que l'élimination de l'une des données dans l'un des fichiers soit accompagnée de l'élimination de deux autres données dans les deux autres fichiers ; ces deux autres données correspondent au même numéro d'ordre que la donnée repérée.

C'est donc ces opérations que le symbole X devra désigner. En outre, à la fin de SEL 3, il faudra opérer un regroupement du fichier, et éventuellement réaffecter des numéros d'ordre, puisque certains de ces numéros auront disparu.

Signalons également la difficulté qui est introduite par le fait qu'on peut vouloir appliquer de façon répétitive le sous-programme SEL 3 sur le même ensemble de données. Pour résoudre ce problème, il suffit de prendre chaque fois pour fichier d'entrée de ce même sous-programme le fichier de sortie qui résulte du prétraitement précédent.

D'une manière générale, tous les sous-programmes de prétraitement ont des fichiers d'entrée et de sortie compatibles entre eux, ce qui permet de passer n'importe quelle combinaison de prétraitements sur un ensemble de données formattées comme nous l'avons indiqué précédemment.

B - Prétraitement 2 : Transformations.

Il est possible que nous voulions, pour une raison ou pour une autre, transformer les variables observées avant de leur faire subir des analyses (par exemple, pour avoir une équivariance des différents fichiers, afin de corriger éventuellement les biais que pourraient introduire des variances d'échantillons différents).

Ces transformations peuvent être obtenues soit par des fonctions arithmétiques des variables observées, soit par des fonctions logiques ; parfois les fonctions de transformation auxquelles on s'intéresse sont très compliquées. Dans le cas des fonctions arithmétiques qu'il est possible d'exprimer de façon relativement simple, comme par exemple les fonctions linéaire , logarithme, exponentielle, puissance, ou une combinaison de ces fonctions, il est plus simple d'utiliser un compilateur FORTRAN qui calcule à partir des fichiers S, A ou E les fichiers transformés.

Le but de ce mémoire n'étant évidemment pas de parler des compilateurs FORTRAN, nous ne signalons ce type de transformation que pour rendre l'exposé complet. Par contre, les transformations par regroupement ou par transformation intégrale de probabilité, sont également très utiles, mais elles ont le désavantage de ne pas être prises en charge par des software que l'on peut trouver tout faits. Nous allons donc nous étendre plus particulièrement sur ces derniers.

a) Transformations par regroupement

Souvent, les valeurs que l'on obtient pour les résultats couvrent un domaine très étendu, et il est souhaitable de regrouper en des catégories cohérentes ou moins fines l'ensemble des données d'expérience que l'on trouve dans un fichier.

Par exemple, lorsqu'on étudie des chaînes de probabilité du premier ordre tel que $P\{X/Y\}$, il y a autant de chaînes qu'il y a de valeurs numériques pour Y. Donc, pour réduire l'étude de ces chaînes, il faut préalablement regrouper les valeurs de Y dans des catégories moins fines. Pour opérer ces regroupements, on a écrit trois sous-programmes que nous appellerons respectivement REG 1, REG 2 et REG 3.

i) REG 1

Il s'agit de regrouper les données d'un fichier alphanumérique. On doit trouver en paramètre d'entrée de ce sous-programme le fichier S, A, ou E dont on va opérer le regroupement, et une matrice de correspondance qui possède, en abscisse, toutes les valeurs alphanumériques possibles de la variable considérée, et en ordonnée, les regroupements souhaités. En sortie, de ce sous-programme, on trouve le fichier transformé dans lequel chaque donnée aura été repérée par le numéro du groupe auquel elle appartient, après affectation par la matrice de correspondance.

ii) REG 2

Cette fois-ci, on a affaire à un fichier numérique que l'on veut

regrouper en K catégories selon le domaine expérimental ou selon le domaine théorique (dont il faut alors donner la valeur). Les données d'entrée sont alors : Le fichier numérique lui-même, le nombre K, et un certain code. Ce code sera 0, si l'on veut opérer le regroupement selon le domaine expérimental. Alors, le sous-programme va calculer le minimum et le maximum du fichier considéré, puis le domaine expérimental par différence ; enfin, les groupes à considérer seront obtenus en divisant les chiffres ainsi obtenus par K, après quoi le sous-programme fera le regroupement ainsi calculé.

Si le code est $\neq 0$, il aura une certaine valeur qui représentera le domaine théorique et le regroupement sera obtenu en divisant ce chiffre théorique par K, et en opérant comme nous venons de l'indiquer plus haut à partir de là.

Dans le cadre où nous nous plaçons, seul le fichier S est justiciable de ce type de prétraitement.

iii) REG 3

Le sous-programme REG 2 a le désavantage de ne pas produire une partition de l'ensemble des données qui donne un nombre égal d'éléments à l'intérieur de chacun des groupes constitués. C'est là le but du sous-programme REG 3.

Ce sous-programme a comme paramètres d'entrée le fichier sur lequel on va opérer le regroupement, et le nombre K. On calcule alors la distribution cumulée expérimentale correspondant au fichier, et on prend les percentiles d'ordre K, ce qui nous donne les points de partition pour le regroupement envisagé.

Ceci définit alors la correspondance qu'il faut établir entre les valeurs numériques de chacune des données et le numéro de groupe auquel elle appartient. Dans le cas présent, seul S est justiciable de ce type de prétraitement.

Pour chacun des trois programmes de regroupement, le résultat sera toujours le fichier traité où chacune des données aura été remplacée par le numéro du groupe auquel elle appartient.

b) Transformation intégrale de probabilité : TRIP

Le but de cette transformation est de partir de n'importe quelle distribution expérimentale numérique et de trouver, à partir de là, une correspondance qui produise la distribution de n'importe quelle loi de probabilité dont on se fixe les caractéristiques à l'avance. Par exemple, on voudra trouver la correspondance qui fait passer la distribution du temps de réponse à un item donné, tel qu'on l'obtient expérimentalement, à une distribution normale (0,1). Le sous-programme TRIP devra donc avoir en paramètre d'entrée les fichiers que l'on veut transformer, puis la liste des valeurs correspondant à la distribution que l'on veut obtenir. TRIP aura pour sortie la correspondance qu'il faut établir pour passer d'une distribution à l'autre. C'est alors cette correspondance qui servira ultérieurement à opérer la transformation souhaitée.

c) TRATE : transformation temporelle

L'objet de cette transformation est d'obtenir des décalages temporels d'un fichier par rapport à l'autre, de manière à éliminer avant l'analyse certains phénomènes, comme par exemple le temps de réaction physique de quelques dixièmes de seconde, que l'on constate lorsqu'on présente des stimuli visuels.

Le sous-programme TRATE aura donc comme entrée un fichier S, A, ou E et un décalage θ. En sortie, TRATE aura le fichier transformé, avec un décalage de θ dans le numéro d'ordre, ou dans le repère de temps.

Les cinq sous-programmes dont nous venons de parler font partie de l'étage de prétraitement des données qui se rapportent à des transformations. Chacun de ces sous-programme doit obligatoirement agir sur des fichiers individuels et non sur des fichiers collectifs.

C - Traitement 1 : calcul sur fichiers de données univariées.

Nous trouvons dans cet étage de traitement quelques-uns des calculs habituels (tels que le calcul de la moyenne et de la variance), avec en outre quelques types de calculs que l'on rencontre moins fréquemment (calcul des percentiles ou de la distance interquartile). Les sous-programmes que l'on trouve à ce niveau sont au nombre de cinq.

a) Histogramme :

Ce sous-programme a pour but de partir d'un fichier S, A, ou E et d'en faire l'histogramme. Si le fichier dont on parle est un fichier de données alphanumériques, il faut indiquer le mode de regroupement que l'on désire adopter pour cet histogramme. La matrice de correspondance qu'il faut alors utiliser devient un paramètre d'entrée. Si le fichier dont on veut établir l'histogramme est un fichier numérique, il faut alors donner les points de partition qui serviront pour dresser cet histogramme.

Dans le cas présent, les trois fichiers S, A et E sont numériques entiers, ce qui siplifie la tâche puisque les points de partition sont alors les valeurs possibles de S (64 valeurs), A (5 valeurs) et E (8 valeurs).

b) Densité :

Le calcul de la densité expérimentale vient immédiatement après le calcul de l'histogramme expérimental, dont il en est la suite logique. Nous retrouverons donc à ce niveau les mêmes problèmes que précédemment auxquels s'ajoute celui d'une normalisation.

c) Distributions cumulées

Après le calcul de densité, se pose le problème du calcul des distributions cumulées. Ceci ne peut se concevoir bien sûr que pour des fichiers numériques. Le sous-programme DIST aura donc un fichier d'entrée numérique et un fichier de sortie correspondant à la distribution expérimentale normée à 1.

d) Calcul des extrema

Le sous-programme EXTR aura pour but de calculer le minimum, le maximum et le domaine expérimental d'un fichier numérique, ou la catégorie numériquement la plus faible et la catégorie numériquement la plus forte d'un fichier alphanumérique.

e) Calcul des percentiles

Sur un fichier d'entrée numérique, le sous-programme PERC aura pour but de calculer les percentiles 0,01 ; 0,05 ; 0,95 ; 0,99 ; les déciles et les quartiles d'une distribution donnée. En outre, le sous-programme calcule la distance interquartile (l'intérêt du calcul de la médiane et de la distance interquartile plutôt que du calcul de la moyenne et de l'écart-type est dû à ce que les deux premiers existent toujours, alors que les deux derniers n'existent pas nécessairement).

f) Calcul des moments

Le sous-programme moment aura pour but de calculer la moyenne, la variance, l'écart-type, le moment centré d'ordre 3, et le coefficient d'asymétrie d'un fichier numérique donné. Tous les sous-programmes relatifs à l'étage de traitement 1 correspondent à des analyses courantes. C'est pourquoi, nous ne nous étendrons pas plus sur cette partie.

NOM DU SOUS-PROGRAMME	OBJET	ARGUMENTS	ZONES COMMON UTILISEES	VECTEURS ET MATRICES SUPPLEMENTAIRES	VECTEURS OU MATRICES IMPRIMEES	REMARQUES
SEL1	observation de l'apprentissage à l'asymptote	L, I avec L=S,A ou E I=Numéro de la donnée à partir de laquelle on commence l'analyse	IS1,IA1,IE1 IS2,IA2,IE2		IS2,IA2,IE2	L'impression est demandée dans le sous-programme. SEL1 n'est qu'un étape intermédiaire
SEL2	observation de l'apprentissage à l'origine	L, I avec L même chose que SEL1 et I= Nombre de données à conserver	IS1,IA1,IE1 IS2,IA2,IE2		IS2,IA2,IE2	L'impression est demandée dans le sous-programme. SEL2 n'est qu'un étape intermédiaire.
SEL3	selection de données par rapport à leur valeur numérique	I, J NSIGN avec I = S,A ou E ensemble NSIGN = 1 / 2 si on veut tester / 3 pour élimination / 4 NSIGN = donnée < J / donnée ≤ J / donnée > J / donnée ≥ J	IS1,IA1,IE1 IS2,IA2,IE2		IS2,IA2,IE2	L'impression est demandée dans le sous-programme. SEL3 n'est qu'un étape intermédiaire.

* D'une manière générale, tous les sous-programmes agissent sur les vecteurs IS1, IA1 et IE1 pour les transformer en leurs homologues en IS2, IA2, et IE2.

FIGURE 19 (suite)

NOM DU SOUS-PROGRAMME	OBJET	ARGUMENTS	ZONES "COMMON" UTILISEES	VECTEURS ET MATRICES SUPPLEMENTAIRES	VECTEURS OU MATRICES IMPRIMEES	REMARQUES
REG1	Regroupement selon une matrice de regroupement donnée	I avec I = S,A ou E selon le cas	IS1,IA1,IE1 IS2,IA2,IE2 IX1		Toutes les zones "COMMON du sous-programme	On lit dans IX1 la matrice de regroupement. L'impression est demandée dans le sous-programme.
REG2	Regroupement selon le domaine théorique ou expérimental	INDEX,K,MIN avec INDEX = { 0 si le regroupement se fait selon le domaine expérimental ; xxx domaine théorique sinon K = nombre de groupes à constituer MIN = s'il y a lieu, valeur minimum du domaine théorique	IS1,IS2		IS1, IS2	Agit seulement sur S. L'impression est demandée dans le sous-programme.
REG3	Regroupement en groupes comportant un nombre égal de données	K = nombre de groupes à constituer	IS1,IS2 IX1	PPART = vecteur des points de partition des données qui permettent de constituer les groupes numériquement égaux	PPART, IS2	Agit seulement sur S. IX1 est utilisé pour construire la distribution de S. L'impression est demandée dans le sous-programme.

-=-=-=-=-=-

NOM DU SOUS-PROGRAMME	OBJET	ARGUMENTS	ZONES "COMMON" UTILISEES	VECTEURS ET MATRICES SUPPLEMENTAIRES	VECTEURS OU MATRICES IMPRIMEES	REMARQUES
TRIP	Transformation intégrale de probabilité	DISFI,TR DISFI = Distribution finale TR = vecteur donnant les percentiles de correspondance	IS1, IX1	DISFI = Distribution finale que l'on veut obtenir après transformation. TR = vecteur donnant la correspondance entre les valeurs de S et celle de sa transformée pour que la distribution de cette dernière soit DISFI sachant que S a la distribution expérimentale donnée.	IS1, IX1	Agit seulement sur S IX1 est utilisé pour construire la distribution de S L'impression est demandée par le sous-programme
TRATE	Transformation temporelle	I, K avec I = S,A,ou E ou les 3 ensemble selon le cas K = décalage temporelle	IS1, IA1, IE1 IS2, IA2, IE2	- -	Zones "COMMON" du sous-programme	Agit sur S,A,Eou les 3 à la fois L'impression des résultats est demandée par le sous-programme
DIST	Calcul de distribution	I avec I = S,A, E ou les 3 à la fois	IX1, IX2, IX3	S1, A1, E1 S1, A1, E1 sont les vecteurs où on construit les distributions correspondantes.	S1, A1, E1	Agit sur S,A,E ou les 3 à la fois donne des distributions normalisées L'impression est demandée par le sous-programme

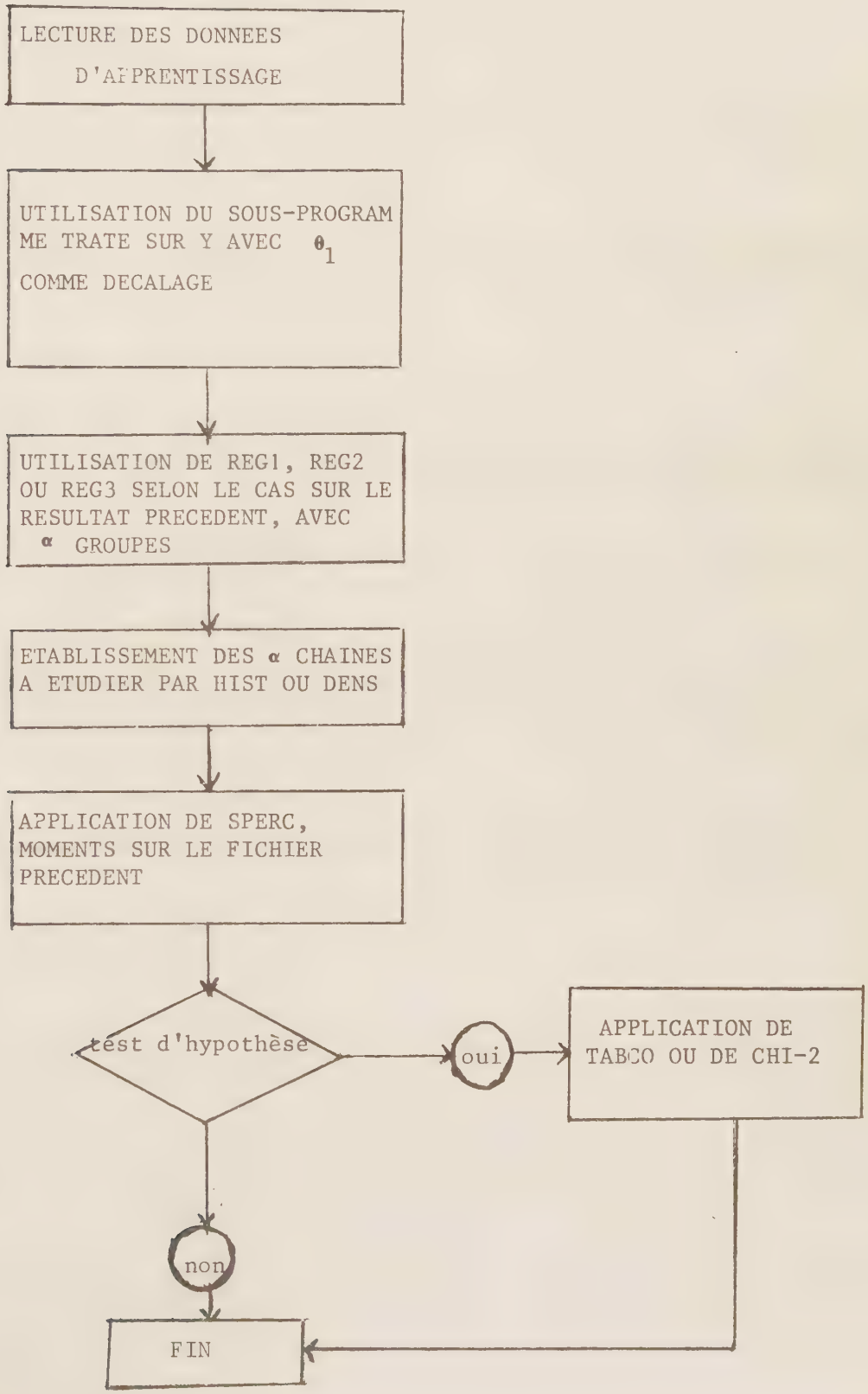
OM DU OUS-PROGRAMME	OBJET	ARGUMENTS	ZONES "COMMON" UTILISEES	VECTEURS ET MATRICES SUPPLEMENTAIRES	VECTEURS OU MATRICES IMPRIMEES	REMARQUES
HIST	Etablissement des histogrammes	I avec I= S, A, E ou les 3 ensemble selon le cas	IS1, IA1, IE1 IS2, IA2, IE2		IS2, IA2, IE2	Les histogrammes ne sont pas normés à 1 L'impression des résultats est demandée par le sous-programme
DENS	Calcul des densités expérimentales	I avec I = S,A,E ou les 3 ensemble selon le cas	IS1, IA1, IE1 IS2, IA2, IE2	S1, A1, E1	S1, A1, E1	On applique d'abord HIST, puis on normalise dans S1, A1,E1 L'impression des résultats est demandée par le sous-programme
EXTR	Calcul d'extrema	I avec I= S, A,E ou les 3 ensemble selon le cas	IS1, IA1, IE1			On imprime les minima, maxima et domaines de S,A,E ou des 3 à la fois
SPERC	Détermination des percentiles		IS1	PERC = valeurs percentiles dont on veut déterminer les abscisses correspondantes. TRANS = abscisses correspondantes PPART = vecteur ou l'on détermine la distribution de S	TRANS	Agit seulement sur S. On calcule et imprime les abscisses des percentiles 0,01 ; 0,05 ; 0,95; 0,99 ; les déciles, les quartiles et la distance interquartile

NOM DU SOUS-PROGRAMME	OBJET	ARGUMENTS	ZONES "COMMON" UTILISEES	VECTEURS ET MATRICES SUPPLEMENTAIRES	VECTEURS OU MATRICES IMPRIMEES	REMARQUES
MOMENTS	Calcul des moments		IS1			Agit seulement su S. Calcule et imprime la moyen la variance, l'écart-type et moment centré d'ordre 3.
TABCO	Etablissement de tables de contingence d'apprentissage	I1 J1 K1 S via REG1 nombre de A ou REG2 groupes E ou REG3 1er facteur I2, J2, K2 2ème facteur INDEX MIN = complètent les arguments du REG2 si l'un des 2 facteurs utilise REG2	IS1, IA1, IE1 IS2, IA2, IE2	TAB = Tableau de contingence expérimental TAB1 = Tableau des valeurs théoriques correspondantes	TAB	Ce sous-programme imprime le table de contingence et donne la valeur du χ^2 correspond
CHI-2	Test du χ^2 sur deux distributions	I avec I = S,A ou E selon le cas	IS1, IS2	IA1, IA2 IE1, IE2 IX1, IX2, IX3		On calcule et imprime le χ^2 entre les distri tions de S1 et S ou de A1 et A2 ou de E1 et E2

FIGURE 20 ANALYSE SEQUENTIELLE DU PREMIER ORDRE

-=-=-

OBJET : Etude d'une chaîne de type : $P\left\{ X_n / (Y_{n-\theta_1})_\alpha \right\}$



D - Traitement 2 : calcul séquentiel sur chaînes de probabilité diverses

C'est à ce niveau que ASMAT prend sa pleine signification. En effet, ou bien on veut examiner des chaînes de probabilités non conditionnelles, et on peut appliquer tous les sous-programmes qui constituent traitement 1 ; ou bien on veut analyser des chaînes de probabilités du premier ordre ou du deuxième ordre, avec des systèmes correctifs plus ou moins compliqués, et dont l'expression la plus générale est du type $P\{X_n / (Y_{n-\theta_1})_\alpha (Z_{n-\theta_2})_\beta\}$.

Dans cette formule X, Y et Z représentent des processus aléatoires qui peuvent être chacun n'importe lequel des processus S, A ou E.

Les quantités θ_1 et θ_2 représentent le décalage temporel des processus Y et Z par rapport au processus X dans l'analyse que l'on veut faire.

Les quantités α et β représentent les regroupements que l'on veut effectuer sur les processus Y et Z, avant de passer à l'analyse. Toutes les manipulations que nous voulons effectuer sur cette chaîne, ainsi que les calculs que l'on peut vouloir exécuter dessus peuvent être écrits à partir des sous-programmes précédents, dans un programme général.

La figure 19 représente la liste des sous-programmes que nous venons de définir avec leur fonction et les paramètres d'entrée et de sortie.

La figure 20 représente le programme de l'analyse séquentielle d'une chaîne du premier ordre.

Les annexes II.7 et II.23 correspondent aux sous-programmes dont nous venons de parler.

L'annexe II.24 est un programme de simulation de données d'entrée pour tester cette partie du package.

4. - ASMAT - GENERATEUR

Toute la troisième section du chapitre II se rapporte à des prétraitements et à des traitements que nous voulons effectuer sur des données expérimentales. Toutefois, dans le chapitre I, nous avons vu l'importance considérable que peut avoir la vérification de la validité d'un modèle, et plus exactement la comparaison entre les données expérimentales d'une quantité et les données théoriques prédites par le modèle, Il faut donc avoir quelque part un étage de ASMAT qui soit consacré à la génération de données théoriques, à partir des formules calculées dans le cadre des modèles étudiés.

C'est à ce niveau que se situe ASMAT-Générateur. Etant donné toutefois que cet étage correspond à un calcul de formules, et qu'il ne s'agit pas ici de réécrire un compilateur FORTRAN, nous ne mentionnons cet étage que pour indiquer la nécessité d'écrire quelques programmes de calcul, tels que ceux que nous mettons en annexe I.3, I.4, et I.5. Ces calculs permettront d'engendrer un ou plusieurs fichiers théoriques, sur lesquels on va pouvoir se livrer à des comparaisons entre les valeurs prédites et les valeurs expérimentales.

5. - ASMAT - COMPARATEUR

Cet étage est le dernier du package ASMAT. Il correspond au problème de tests et de calcul de validité des modèles, dont nous avons parlé dans la section I.5. Nous ne discuterons ici que deux sous-programmes. Il est possible d'étendre par la suite cet étage de ASMAT à l'aide d'autres sous-programmes de test et de vérification.

A - Matrice de contingence : TABCO

Le sous-programme TABCO aura pour entrée deux fichiers X et Y, chacun affecté d'un numéro d'ordre. On a fait subir à ces deux fichiers un regroupement préalable respectivement sur K_1 et K_2 catégories. Pour chacun des K_1 et K_2 sous-groupes ainsi définis, TABCO compile la matrice de contingence des variables X et Y.

On utilise une identification par le numéro d'ordre pour définir l'appartenance à un sous-groupe donné. Puis TABCO exécute le calcul de contingence habituel sur la matrice ainsi obtenue et donne le résultat du χ^2 avec le nombre de degrés de liberté correspondant.

B - χ^2 de corrélation

On se pose ici le problème de la comparaison de deux ensembles de valeurs regroupées l'une et l'autre préalablement par l'utilisation des sous-programmes REG 1, REG 2, ou REG 3, dans le même nombre de catégories K. La sortie de ce sous-programme est le χ^2 de comparaison de ces deux distributions. (voir en annexe II.22 et II.23 les programmes correspondants à TABCO et CHI-2).

CONCLUSION

Ainsi que nous venons de le voir, le package ASMAT autorise un grand nombre d'opérations analytiques sur les modèles stochastiques d'apprentissage et sur les traitements de données provenant des séquences d'enseignement assisté par ordinateur. Il importait avant tout de trouver un cadre dans lequel on puisse passer d'une situation, riche sur le plan expérimental, mais pauvre sur le plan théorique, à une situation, peut-être un peu moins riche en

détails descriptifs, mais beaucoup mieux pourvue sur le plan des analyses et sur l'étude des résultats obtenus. ASMAT est ce pont qu'il fallait établir entre l'enseignement assisté par ordinateur et l'apprentissage.

C'est là que réside principalement son intérêt, et c'est cela qu'il faut surtout retenir de ce chapitre.

C O N C L U S I O N

Tout au long de ce mémoire, nous nous sommes attachés à montrer l'importance que pouvait avoir une utilisation combinée des principes de la modélisation stochastique, tels qu'on les trouve explicités dans les théories de l'apprentissage, et une utilisation poussée de l'Informatique sous toutes ses formes : qu'il s'agisse de génération de signaux, de transmission de données, de sélection d'ensembles particuliers de données dans un fichier, de prétraitements ou de traitements de données, de transformations ou de calculs sur des résultats théoriques ou expérimentaux, le calculateur est constamment présent..

Il serait vain, au stade où en sont aujourd'hui les différentes expériences, de vouloir faire des pronostics trop poussés ou des prédictions trop osées dans le domaine de l'utilisation de l'ordinateur en enseignement et en apprentissage. Toutefois, il semble inévitable que toutes les idées qui surgissent aujourd'hui dans ce domaine, tous les résultats plus ou moins complets qui ont déjà été obtenus, toutes les études qui sont faites dans cette optique n'aboutissent pas à moyenne échéance à des travaux concrets et à des matériels parfaitement bien adaptés. La recherche d'aujourd'hui risque fort de devenir la réalité de demain, et ce faisant, de changer l'aspect que l'on connait maintenant à certains aspects de l'enseignement et à la formation.

B I B L I O G R A P H I E

La bibliographie ci-après a été constituée comme suit :

- Des références à des ouvrages généraux sur les problèmes statistiques évoqués dans le mémoire.
- Des références particulières aux modèles stochastiques d'apprentissage étudiés ou non en relation avec les problèmes de l'enseignement assisté par ordinateur. Ces références se rapportent à la fois aux travaux américains (ceux de l'I.M.S.S.S.* en particulier) et aux travaux européens.
- Des références en linguistique se rapportant plus particulièrement à la communication homme-machine.
- Des références personnelles aux travaux de l'auteur.

[1] ARROW, K.J. ; KARLIN, S. & SUPPES, P.
Mathematical methods in the social sciences
Stanford University press
1960
pp. 366

[2] ATKINSON, Richard., C.
Mathematical models in research on perception and learning
I.M.S.S.S., Stanford University
Psychology Series
Technical report N° 43
1961
pp. 18

* Le sigle I.M.S.S.S. signifie : "Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences"

[3] ATKINSON, R.C. & ESTES, W.K.
Stimulus sampling theory, dans
LUCE, R.D., BUSH, R.R. & GALANTER, E.(directeurs de publication)
Vol. 2. chap. 10
1963
pp. 121-268

[4] BIRNBAUM, A.
Combining independent tests of significance
Journal of the American Statistical Association
Volume 49
1954
pp. 559-574

[5] BLACKWELL, D. & GIRSHICK, M.A.
Theory of games and statistical decisions
J. Wiley, New York.
1954
pp. 355

[6] BOWER, Gordon., H.
General three-state markov learning models
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Psychology series
Technical report n° 41
1961
pp. 16

[7] BUSH, R.R. & MOSTELLER, F.
Stochastic models for learning
John Wiley, New York.
1955
pp. 366

[8] CROTHERS, Edwards ; WEIR, Ruth, & PALMER, Patricia.
The role of transcription in the learning of the orthographic representations of russian sounds
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Psychology series
Technical report n° 56
1967
pp. 40

[9] DONIO, J.
Evaluation des Possibilités de Radars Aéroportés
Bulletin de l'Institut International de Statistique
33 e session
1961
pp. 8 (rapport 116)

[10] DONIO, J.
Les processus d'apprentissage dans les études de cas dans - La simulation du comportement humain
F. Bresson et M. de Montmollin (directeurs de publication)
DUNOD - Paris
1969
pp. 187-197

[11] DONIO, J.
Some stochastic learning models with time as a continuous parameter
Ph. D. Thesis : University of Stanford - Department of Statistics.
1964
pp. 217

[12] DONIO, J.
Les systèmes électroniques et l'enseignement
Inter-audiovision- Revue des techniques audio-visuelles et de leurs applications. N° 5 (mars-avril)
1966
pp. 22-30

[13] DONIO, J.
Processus stochastiques d'apprentissage et modèles du comportement
Colloque international sur l'Informatique. Toulouse.
1966
pp. 97-111

[14] DONIO, J.
Analyse des modèles d'apprentissage et leur pratique sur calculateur
IV Congrès international de médecine cybernétique
Nice
1966
pp. 17

[15] DONIO, J.
Les méthodes statistiques en enseignement programmé
Congrès de l'AFIRO
Nancy 1967
pp. 15

[16] DONIO, J.
Introduction aux processus stochastiques
Direction scientifique SEMA- Synthèse et Formation
N° 45
1967
pp. 14

[17] DONIO, J.
Les processus de Markov
Direction scientifique SEMA- Synthèse et Formation
N° 44
1967
pp. 28

[18] DONIO, J.
Le processus de Poisson et les processus qui en dérivent
Direction scientifique SEMA- Synthèse et Formation
N° 46
1967
pp. 20

[19] DONIO, J.
Les processus normaux (processus de Wiener et d'Ornstein-Uhlenbeck).
Direction scientifique SEMA- Synthèse et Formation
N° 47
1967
pp. 60

[20] DONIO, J.
Methodes d'évaluation dans les sciences humaines
Direction scientifique SEMA- Synthèse et Formation
N° 41
METRA vol VI N°2
1967
pp. 335-356

[21] DONIO, J.
An approach to medical C.A.I.
Columbia conference on the uses of computers for medical administration, education and research - Columbia University
1967
pp. 29

[22] DONIO, J.
Une utilisation du calculateur pour l'enseignement en médecine.
Revue d'enseignement programmé N° 1 - DUNOD-
1968
pp 41- 50

[23] DONIO, J.
Les éléments du contrôle en enseignement programmé
Colloque OTAN- Nice
Revue d'enseignement programmé N° 4 - DUNOD-
1968
pp. 10

[24] DONIO, J. ; HAVELKA, G. ; RENARD, B. & TABOURIER, Y.
Méthodes d'évaluation des calculateurs et des systèmes
Rapport N° 65.00 - 273- 00 - 212 - 75- 01 (Comité calculateur de la D.G.R.S.T.)
1966

[25] DONIO, J. ; HAYAT, E. ; & HEBERT, D.
Le problème bayesien : application au diagnostic médical
Volumes III et IV
Direction scientifique SEMA - rapport de recherche N° 28
METRA vol IX N° 2
1970
pp. 237-259

[26] DONIO, J. ; MINERY, J. ; TENENHAUS, M. ; ULMO, J.
Le problème bayesien
Volumes I et II
Direction scientifique SEMA rapport de recherche N° 28
METRA vol VIII N°2
1969
pp. 167-183

[27] ESTES, W.K.
The statistical approach to learning theory, dans KOCH, S. (directeur de publication) Vol 2
1959
pp. 380-491

[28] ESTES, W.K.
Toward a statistical theory of learning
Psychology revue n° 57
1950
pp. 94-107

[29] ESTES, W.K. ; & SUPPES, P.
Foundations of linear models
Chap VIII, in BUSH. R.R., ESTES, W.K. et al.
1959
pp. 137-179

[30] ESTES, W.K. ; & SUPPES, P.
Foundations of statistical learning theory, II.
Stimulus sampling models for simple learning.
Techn. Rep. N° 4
I.M.S.S.S., Stanford University
1959
pp. 141

[31] FAVERGE, J.M.
Le principe du maximum de l'utilité attendue dans les décisions humaines
Cahiers du Centre de Recherche Opérationnelle n° 3
1961
pp. 165-176

[32] FAVERGE, J.M.
Le rôle et la fonction des modèles au laboratoire de psychologie
Bull. Psychol., 16 N° 3-5
1962
pp. 251-256

[33] FELLER, W.
Probability theory and its applications
John Wiley, New York
1960
pp. 419

[34] FISHER, R.A.
Statistical Methods for Research Workers
11ème édition, Hafner, New York.
1950
pp. 114-174

[35] FLAMENT, C.
Fréquence et certitude des réponses dans une série prédictive.
Annales de Psychologie
1963
pp. 28-41

[36] FRAISSE, P. ; & PIAGET, J.
Traité de psychologie expérimentale
Vol. I. , Histoire et Méthode
(directeurs de publication)
1963
pp. 196

[37] GOUSTARD, M. ; GRECO, M. ; MATALON, B. & PIAGET, J.
La logique des apprentissages.
Presses Universitaires de France, Paris.
1959
pp. 195

[38] GROEN, Guy., J.
An investigation of some counting algorithms for simple addition problems
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Psychology series
Technical report N° 118
1967
pp. 110

[39] GROSS, Maurice.
Lexique des constructions complétives
Rapport Laboratoire Automatique Documentaire Linguistique
1969
pp. ind. [fichier cartes en sus]

[40] GROSS, Maurice. ; & LENTIN, A.
Notions sur les grammaires formelles
Gauthier Villars, Paris
1966
pp. 196

[41] KELLER, Leo. ; COLE, Michael. ; BURKE, C.J. & ESTES, W.K.
Paired associate learning with differential rewards
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Psychology series
Technical report n° 66
1964
pp. 29

[42] LAMPERTI, J. ; SUPPES, P.C.
Chains of infinite order and their application to learning theory
Pacific Journal of Mathematics
Volume 9 n° 3
1959
pp. 739-754

[43] LAMPERTI, J. ; SUPPES, P.C.
Some asymptotic properties of Luce's beta learning model
Psychometrika Volume 25 N° 23
1960
pp. 233-241

[44] LUCE, R.D. ; BUSH, R.R. ; & GALANTER, E.
Handbook of mathematical psychology
John Wiley, New York, Vol. 1
1963
XIII PP 491, vol. 2 (1963), VII PP 606,
vol. 3 (1965)

[45] LUCE, R.D. ; BUSH, R.R. ; & LICKLIDER, J.C.R.
Developments in mathematical psychology :
information learning and tracking.
Glencoe, the free Press
1960
PP. 294

[46] MAURICE, Pierre.
Un interpréteur APL pour le CII 90 80
(le traitement de la ligne)
Faculté des Sciences de Toulouse - Thèse -
1970
PP. 132

[47] NEWELL, A. ; & SIMON, H.A.
Computers in psychology
Chap. 7, in LUCE, R.D. ; BUSH, R.R. ; & GALANTER, E.
(directeurs de publication) Vol. 1
1963
PP. 361-428

[48] PARZEN, E.
Stochastic Processes
Edition Holden - Day, San Francisco
1965
PP. 324

[49] PARZEN, E.
Modern Probability theory and its applications
John Wiley - New York
1960
PP. 464

[50] PEARSON, E.S.
On questions raised by the combination of tests based on discontinuous distributions
Biometrika, Vol 37
1950
pp. 383-396

[51] PERRIAULT, J. ; RENAUD, M. ; REGNIER, S. ; & DE LA VEGA, W.
Etude statistique des résultats d'un apprentissage de l'allemand
Maison des Sciences de l'Homme, Centre de Calcul
1966
pp. 48

[52] PERRIAULT, J. ; ALOUCHE, F. ; BELY, N. ; GROS, R.C. ; GARDIN, J.C. ; & LEVY, F.
Economie générale d'une chaîne documentaire mécanisée
Gauthiers Villars ; Paris
1966
pp. 320

[53] PERRIAULT, J.
Typologie, objectifs et conditions de développement des machines à enseigner en France
Maison des Sciences de l'Homme
1969
pp. 29

[54] PERRIAULT, J.
Utilité et relativité d'une organisation conceptuelle pour la rédaction d'un programme d'hématologie in Tendances actuelles de la recherche en enseignement programmé.
DUNOD - PARIS
1969
pp. 12

[55] PERRIAULT, J.
Nécessité d'une organisation thématique pour les descripteurs servant à l'indexation documentaire, en Documentation et disciplines philosophiques
Editions du CNRS
1969
pp. 38

[56] RAYNAUD, Yves.
APL : Son implantation, son utilisation pour l'aide à la conception des systèmes de traitement de l'information.
Faculté des Sciences de Toulouse - Thèse
1970
pp. 80

[57] RODGERS, Theodore., S.
Measuring vocabulary difficulty : an analysis of item variables in learning Russian-English and Japanese-English vocabulary pairs
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Psychology series
Technical report n° 124
1967
pp. 94

[58] ROUANET, H.
Les chaînes de Markov en psychologie : introduction aux modèles stochastiques d'apprentissage.
Bulletin du C.E.R.P., n° 4
1960
pp. 399-431

[59] ROUANET, H.
Les modèles stochastiques d'apprentissage
Mathématiques et sciences humaines Paris
1964
Vol 5 pp. 3-10 ; vol 6 pp. 3-22

[60] ROUANET, H.
Les modèles stochastiques d'apprentissage. Recherches et perspectives
Gauthier Villars et Mouton, Paris
1967
pp. 259

[61] SCHOLL, Pierre-Claude
Un interpréteur APL pour le CII 90 80 (Les fonctions)
Faculté des Sciences de Toulouse. Thèse.
1970
pp. 134

[62] SUPPES, P.
A linear model for a continuum of responses.
Chap. 19, in BUSH, R.R., ESTES, W.K. et al.
1959
pp. 400-414

[63] SUPPES, P.
Stimulus sampling theory for a continuum of responses
Chap. 23 in ARROW, K.J., KARLIN, S. & SUPPES, P.
(directeurs de publication)
1960
pp. 348-465

[64] SUPPES, P.
Problems of optimization in learning a list of simple items
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Technical report n° 57
1963
pp. 18

[65] SUPPES, P.
Measurement : problems of theory and application
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Psychology series
Technical report N° 147
1969
pp. 17

[66] SUPPES, P. & ATKINSON, R.C.
Markov learning models for multiperson interactions.
Stanford, Stanford university press
1960
pp. 296

[67] SUPPES, P. & DONIO, J.
Foundations of stimulus sampling theory for
continuous time processes
Journal of mathematical psychology Vol 4, N° 2
1967
pp. 202-225

[68] SUPPES, Patrick., & FELDMAN, Shirley.
Young children's comprehension of logical connectives
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Psychology series
Technical report N° 150
1969
pp. 32

[69] SUPPES, Patrick., & HYMAN, Lester.
Concept learning with non-verbal geometrical stimuli
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Psychology series
Technical report N° 84
1965
pp. 10

[70] SUPPES, Patrick. ; HYMAN, Lester. ; & JERMAN, Max.
Linear structural models for response and latency performance in arithmetic
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Psychology series
Technical report N° 100
1966
pp. 48

[71] SUPPES, Patrick., & IHRKE, Constance.
Accelerated Program in elementary-school mathematics- the fourth year
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Psychology series
Technical report N° 148
1969
pp. 38

[72] SUPPES, P. ; JERMAN, M. & BRIAN, D.
Computer-assisted instruction : Stanford's 1965-1966 Arithmetic Program
Academic Press- New York
1968
pp. 385

[73] SUPPES, Patrick., & MORNINGSTAR, Mona
Evaluation of three computer-assisted instruction programs
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Psychology series
Technical report n° 142
1969
pp. 57

[74] SUPPES, Patrick. ; & ROSENTHAL-HILL, Irene
Concept formation by kindergarten children in a card-sorting task
I.M.S.S.S. ; Stanford University
Psychology series
Technical report N° 109
1967
pp. 24

[75] SUPPES, P. ; & ROUANET, H.
A simple discrimination experiment with a continuum of responses, in ATKINSON
(directeur de publication)
1963
pp. 317-357

ANNEXE I-1

PROGRAMME DE GENERATION DE SIGNAUX GRAPHIQUE ET D'ENREGISTREMENT EN TEMPS REEL DE DONNEES D'APPRENTISSAGE.

```
SURPRISE
        define
        random
        lac ran
        rar 1s
        xor (355670
        add (355670
        dac ran
        terminate
sdb=726007
gpl=732027
gpr=730027
glf=722026
define
disp A
sdb
lio A
gpl
lio A+1
gpr
terminate
ach,  760442        044574
bch,  000200        000000
lio (2
glf
c5,   law 1000
      dac c60
      dzm c9p
      law 1
      dac c9q
      dzm c9r
dzm i c60
idx c60
sas (5000
jmp .-3
law 1000
dac c60
ps,   dzm c6
      dzm lt1
      dzm in2
      dzm c9
      dzm c61
c13,  dzm c7
      law i 100
      dac c7
e,    dzm c8
      law i 6
      dac c8
d,    isp c8
      jmp a
      isp c7
      jmp b
      idx c6
      jmp c13
a,    cli
      iot 11
      rcl 9s
      rcl 9s
      dac c9r
      sas c9p
      idx c9q
      lac c9r
      dac c9p
```

```
65          rcr 2s
66          cla
67          rcl 1s
68          sub c9
69          sza
70          jmp c
71          lio c22
72          lac c9
73          sza
74          jmp c30
75          lac c1
76    c23,  disp bch
77          jmp d
78    c30,  lac c20
79          jmp c23
80          c1,200000
81          c20,600000
82    c,    spa
83          jmp g
84          lac c20
85          lio c22
86          disp bch
87          cli
88          lac c6
89          sub lt1
90          rcr 8s
91          law 1
92          rcr 1s
93    c2,   lac in2       /in2=0 if info is stored on the left of word
94          sza
95          rcr 9s
96          rcl 9s
97          rcl 9s
98          add i c60
99          dac i c60
100         lac c6
101         dac lt1
102         lac in2
103         sza
104         idx c60
105         law 1
106         sub in2
107         dac in2
108         lac c60
109         sad (4000
110         jmp c70
111         law 1
112         sub c9
113         dac c9
114         jmp d
115   g,    lac c1
116         lio c22
117         disp bch
118         cli
119         lac c6
120         sub lt1
121         cli
122         rcr 9s
123         jmp c2
124   b,    random
125         cli
126         rcr 3s
127         sub c4
128         spa
129         jmp 1
```

```
131  1,    random
132        cli
133        rcl 6s
134        cli
135        rcr 9s
136        rcr 3s        /the ramdom number to be compared with c3 has 2
137        sma                octal positions
138        jmp c24
139        lac c1
140  c40,  dac x
141        lac tme
142        cma
143        dac cnt
144        lio c21
145        lac x
146        dip ach
147        isp cnt
148        jmp c40+5
149        cli
150        lac c6
151        sub lt1
152        rcl 9s
153        add x
154        rcl 9s
155        lac in2
156        sas (1
157        rcl 9s
158        rcl 9s
159        rcl 9s
160        add i c60
161        dac i c60
162        lac c6
163        dac lt1
164        lac in2
165        sza
166        idx c60
167        law 1
168        sub in2
169        dac in2
170        lac c60
171        sad (4000
172        jmp c70
173        jmp e
174        ran,143372
175        c21,50000
176        tme,400
177  c3,50
178        c4,70
179        c22,450000
180  c24,  lac c20
181        jmp c40
182  c70,  lac c60
183        dac c61
184        law 1000
185        dac c60
186  c62,  lio i c60
187        ppb
188        ril 6s
189        ppb
190        ril 6s
191        ppb
192        idx c60
193        sas c61
194        jmp c62
195        hlt
```

```
197         dac c61
198         law 1000
199         dac c60
200         dzm err
201         dzm in2
202         dzm r11
203         dzm r12
204         dzm r21
205         dzm r22
206         dzm lre
207         dzm rre
208         dzm lri
209         dzm rri
210         dzm an
211         dzm lt3
212         dzm lt4
213         dzm lt5
214         dzm lt6
215         dzm lt7
216         dzm lt8
217         dzm lt
218         dzm in4
219         dzm in5
220         dzm in6
221         dzm in7
222         dzm in8
223         dzm in9
224         law 4000
225         dac in3
226         dzm i in3
227         idx in3
228         sas (5000
229         jmp .-3
230         dzm lt1
231  s22,   dio i c60
232         lac in2
233         sub cm2
234         sma
235         rcl 9s
236         cla
237         rcl 9s
238         cli
239         rcr 7s
240         rir 9s
241         rir 2s
242         dio lt
243         dac an
244         lac lt
245         add lt3
246         dac lt3      /lt3 corrsponds to rre,lt4 to rri,lt5 to lre,
247  lac lt      /lt6 to lri,lt7 to the response schedule,lt8 to
248         add lt4      / the reinforcement schedule
249         dac lt4
250         lac lt
251         add lt5
252         dac lt5
253         lac lt
254         add lt6
255         dac lt6
256         lac lt
257         add lt7
258         dac lt7
259         lac lt
260         add lt8
261         dac lt8
```

```
263         sad cm1
264         jmp s7
265         sad cm2
266         jmp s8
267         sad cm3
268         jmp s9
269         sad cm4
270         jmp s10
271   idx err     /s7 corresponds to rre,s8 to rri,s9 to lre,s10 to lri
272   s7,   idx rre
273         lac dt1       / dt1 corresponds to rre
274         add lt3
275         dac in4
276         sub dt2
277         sma
278         jmp em1
279         idx i in4
280   em7,  dzm lt3
281         lac dt5
282         add lt7
283         dac in8
284         sub dt6
285         sma
286         jmp em5
287         idx i in8
288         dzm lt7
289         jmp s20
290   s8,   idx rri
291   lac dt2     /dt2 corresponds to rri
292         add lt4
293         dac in5
294         sub dt3
295         sma
296         jmp em2
297         idx i in5
298   em8,  dzm lt4
299         lac dt6
300         add lt8
301         dac in9
302         sub dt7
303         sma
304         jmp em6
305         idx i in9
306         dzm lt8
307         jmp s20
308   s9,   idx lre
309         lac dt3       /dt3 corresponds to lre
310         add lt5
311         dac in6
312         sub dt4
313         sma
314         jmp em3
315         idx i in6
316   em9,  dzm lt5
317         lac dt5
318         add lt7
319         dac in8
320         sub dt6
321         sma
322         jmp em5
323         idx i in8
324   ep2,  dzm lt7
325         jmp s20
326   s10,  idx lri
327         lac dt4       /dt4 corresponds to lri
```

```
328          add ltb
329          dac in7
330          sub dt5
331          sma
332          jmp em4
333          idx i in7
334     ep1, dzm lt6
335          lac dt6
336          add lt8
337          dac in9
338          sub dt7
339          sma
340          jmp em6
341          idx i in9
342     ep3, dzm lt8
343          jmp s20
344     s20, lac in2
345          sad cm2
346          idx c60
347          lac cm2
348          sub in2
349          dac in2
350          lac c60
351          sad c61
352          jmp s21
353          jmp s22
354     em1, idx i en1
355          jmp em7
356     em2, idx i en2
357          jmp em8
358     em3, idx i en3
359          jmp em9
360     em4, idx i en4
361          jmp ep1
362     em5, idx i en5
363          jmp ep2
364     em6, idx i en6
365          jmp ep3
366     cm1, 0
367     cm2, 1
368     cm3, 2
369     cm4, 3
370     dt1, 4000
371     dt2, 4200
372     dt3, 4300
373     dt4, 4500
374     dt5, 4600
375     dt6, 5000
376     dt7, 5100
377     en1, 4177
378     en2, 4277
379     en3, 4477
380     en4, 4577
381     en5, 4777
382     en6, 5077
383     s21, law 1000
384          dac c60
385          dzm lt1
386          dzm in2
387     s23, lio i c60
388          lac in2
389          sub cm2
390          sma
391          rcl 9s
392          cla
393          rcl 9s
```

```
394          cll
395          rcr 7s
396          rir 9s
397          rir 2s
398          dio lt
399          dac an
400          lac lt1
401          add lt
402          dac lt1
403          lac an
404     sad cm1
405          jmp ep4
406     sad cm2
407          jmp ep5
408     sad cm3
409          jmp ep6
410     sad cm4
411          jmp ep5
412     ep4, lac lt1
413          sub cm2
414          add r22
415          dac r22
416          idx r21
417          dzm lt1
418          jmp ep5
419     ep6, lac lt1
420          sub cm2
421          add r11
422          dac r11
423          idx r12
424          dzm lt1
425          jmp ep5
426     ep5, lac in2
427          sza
428          idx c60
429          sad c61
430          jmp s24
431          lac cm2
432          sub in2
433          dac in2
434          jmp s23
435     s24, hlt
436     constants
437     variables
438     start c5
439
```

SURPRISE - pass 1
SURPRISE - pass 2
surprise

```
S105395BALGOL   1      400        DONIO              DATANALYSIS
                                STANFORD UNIVERSITY COMPILER -- VERSION OF 1/27/64

                144... EXTERNAL PROCEDURE SEEKRF( )$

                144...  EXTERNAL PROCEDURE CREATERF ( ) $

                144...  INTEGER ARRAY FCB (12)=(317,'DATANALYSIS')$

                144...  CREATERF ($FCB(1))$

                144... SEEKRF(200$FCB(1))$

                151... FINISH$
                 00221 WRITERF
                 00216 READRF
                 00212 SEEKRF
                       .EXIT
                       .CHANC
                 00725 .CHANC
                       DUMP
                       .EXIT
                 01044 CREATERF
                 01060 CLOSERF
                       SEEKRF

                     2FINISH$
COMPILED PROGRAM ENDS AT      152
LIBRARY PROGRAMS END AT      7070
PROGRAM VARIABLES BEGIN AT  77443
```

SYMBOLS IN MAIN PROGRAM

ADDR	DEF	TYPE		ADDR	DEF	TYPE		ADDR	DEF	TYPE	
				...LIBRARY FUNCTIONS...							
6121	GL	REAL	DUMP	3231	GL	REAL	.FW.	4325	GL	REAL	.POSCM
4240	GL	REAL	.ACTIV	4526	GL	REAL	.GOWAY	4572	GL	REAL	.T.
5120	GL	REAL	.ERROR	5016	GL	REAL	.IOU	3237	GL	REAL	.W.
1065	GL	INT	.EXIT	1063	GL	REAL	.OVER	1113	GL	INT	WRITE
6516	GL	REAL	.FPT.								
				...ARRAYS...							
77460	LO	INT	FCB								
				...PROCEDURES AND FUNCTIONS...							
1060	LO	REAL	CLOSERF	725	LO	REAL	.CHANC	212	GL	REAL	SEEKRF
1044	GL	REAL	CREATERF	216	LO	REAL	READRF	221	LO	REAL	WRITERF

EXECUTION, NO ERRORS FOUND

FILE NUMBER	FILE NAME	DATE OPENED	OPENED BY	JOB NO.
317	DATANALYSIS	04/04/65	DONIO	

ANNEXE I-2/page 1

PROGRAMME DE TRANSMISSION DE DONNEES D'APPRENTISSAGE

```
          1 LINES OUTPUT THIS JOB.

 S105395BALGOL   1       400         DONIO

    43 LINES WERE PRINTED AND      1 CARDS WERE PUNCHED.

  TIME ON    16.22.55
  COMPILE    16.23.03
  TIME OFF   16.23.08
OUTPUT BIN      395
DATE          6/24/65
```

```
          1 LINES OUTPUT THIS JOB.

 S105395BALGOL   1       400         DONIO

     43 LINES WERE PRINTED AND      1 CARDS WERE PUNCHED.

  TIME ON    16.22.55
  COMPILE    16.23.03
  TIME OFF   16.23.08
OUTPUT BIN      395
DATE          6/24/65
```

PROGRAMME DE GENERATION DES FONCTIONS MOYENNES $x_1(t)$ et $n_1(t)$ DES MODELES D'APPRENTISSAGE A STIMULI ET A TEMPS CONTINU.

```
A_88 C219,C8K19,**C,1CC
  * N8 DATE *                                                    AE*1
AF8RTRAN LS,59
      DIMENSIØN X1(10C),XN1(1CC)
      D8 1C L=1,7
      READ 1,PI1,PI2,X1ZE,N,N1ZE,XLAMB,XMU,XC
    1 FØRMAT(2F1C.5,2I1C,3F1C.5)
      DELTA=((XLAMB+(XMU*XC)*(2.C-PI1-PI2))**2-(4.C*XLAMB*XMU*XC)*((2.0-
     1PI1-PI2)/N))**C.5
      S1=-C.5*(XLAMB+XMU*XC*(2.C-PI1-PI2))+0.5*DELTA
      S2=-C.5*(XLAMB+XMU*XC*(2.C-PI1-PI2))-0.5*DELTA
      XKINT=((XLAMB+XMU*XC*(2.C-PI1-PI2))*X1ZE)-(XLAMB*(N1ZE/N))
      XASY=(1.C-PI2)/(2.C-PI1-PI2)
      XK1=(XKINT+(S2*X1ZE)+((S1+XLAMB)*XASY))/(S2-S1)
      XK2=(XKINT+(S1*X1ZE)+((S1+XMU*XC*(2.0-PI1-PI2))*XASY))/(S1-S2)
      PRINT 9,S1,S2,XASY
    9 FØRMAT(1CX,$S1= $,F6.2,1CX,$S2= $,F6.2,10X,$ASYMPTØTE DE X1(T)= $,
     1F4.2)
      D8 2 I=1,1CC
      T=1.C*I
      X1(I)=XASY+(XK1*EXP(S1*T))+(XK2*EXP(S2*T))
      XN1(I)=XASY+(XK1*(1.C+(S1/XLAMB)+(XMU*XC*(2.0-PI1-PI2)/XLAMB))*EXP
     1(S1*T))+(XK2*(1.C+(S2/XLAMB)+(XMU*XC*(2.C-PI1-PI2)/XLAMB))*EXP(S2*
     1T))
      XN1(I)=XN1(I)*N
    2 CØNTINUE
      PRINT 3,PI1,PI2,X1ZE,N,N1ZE,XLAMB,XMU,XC
    3 FØRMAT(1X,$PI1= $,F4.2,5X,$PI2= $,F4.2,5X,$X1(C)= $,F4.2,5X,$N= $,
     1I3,5X,$N1(0)= $,I3,5X,$LAMBDA= $,F4.2,5X,$MU= $,F4.2,5X,$C= $,F4.2
     1//)
      PRINT 4
    4 FØRMAT(20X,$VALEURS DE X1(T)$,//)
      D8 5 I=1,10
      I1=1C*(I-1)
    5 PRINT 6,(X1(J),J=I1+1,I1+1C)
    6 FØRMAT(12F1C.2)
      PRINT 7
    7 FØRMAT(//,2CX,$VALEURS DE N1(T)$,//)
      D8 8 I=1,1C
      I1=1C*(I-1)
    8 PRINT 6,(XN1(J),J=I1+1,I1+1C)
   1C CØNTINUE
      END
***GLØBAL VARIABLES***

***LABELED CØMMØN BLØCKS***

***ENTRY PØINTS***

***EXTERNAL REFERENCES***
C0C00 9INITIAL     C0C07 9BCDREAD     00601 9I8DATUM     00611 9ENDI8L     00071 9PWRRR
C0570 9BCDWRIT     C0333 9EXP         C0620 9ST8P
```

I. - SOUS PROGRAMME ITEM

MEMOIRES UTILISEES

NBRIT — NOMBRE TOTAL D'ITEMS DEFINIS DANS UNE LECON

NUMIT (80) — NUMERO SEQUENTIEL DE L'ITEM.
IL EST PREVU 80 ITEMS

ICONCE (2.80) — ZONE CONCEPTS DE L'ITEM
IL EST PREVU 80 ZONES CONCEPTS, CHACUNE S'ETENDANT SUR 2 MOTS MACHINES

ICODIT (80) — CODE DE L'ITEM
IL EST PREVU 80 CODES.

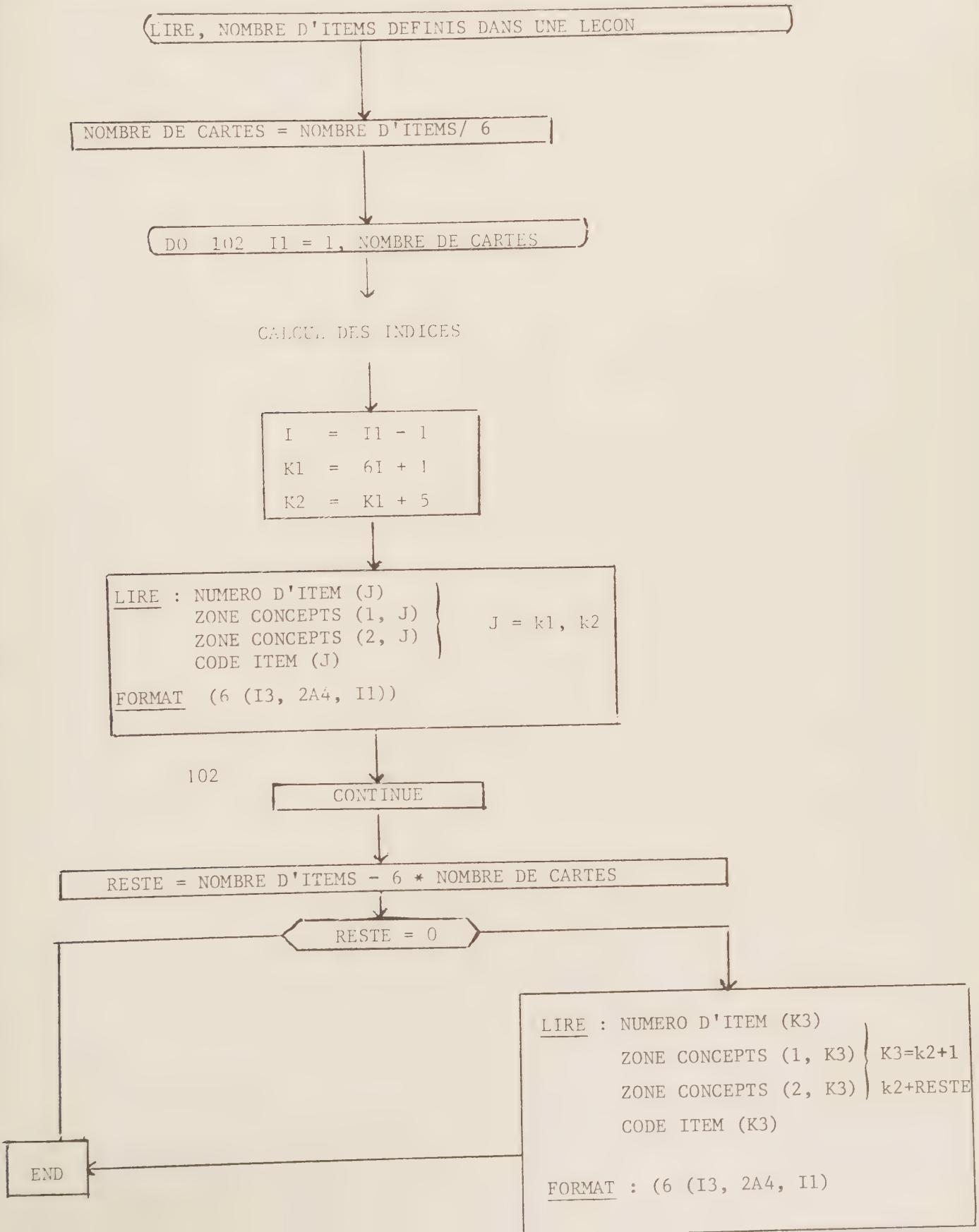
SOUS-PROGRAMME ITEM

CTURE ET MEMORISATION DU GROUPE SUIVANT COMPRENANT :

- UN NUMERO SEQUENTIEL D'ITEM
- UNE ZONE CORRESPONDANTE DE CONCEPTS
- UN CODE DE L'ITEM

LIT 6 GROUPES PAR CARTE.

LCUL DU NOMBRE DE CARTES.



2. - SOUS PROGRAMME COMMENTAIRES

BUT

LECTURE ET MEMORISATION D'UNE SERIE DE COMMENTAIRES
CHAQUE COMMENTAIRE EST CONSTITUE DES ELEMENTS SUIVANTS
- UN NUMERO SEQUENTIEL
- UN CODE
- UN TEXTE (on prévoir un maximum de 60 mots machine)

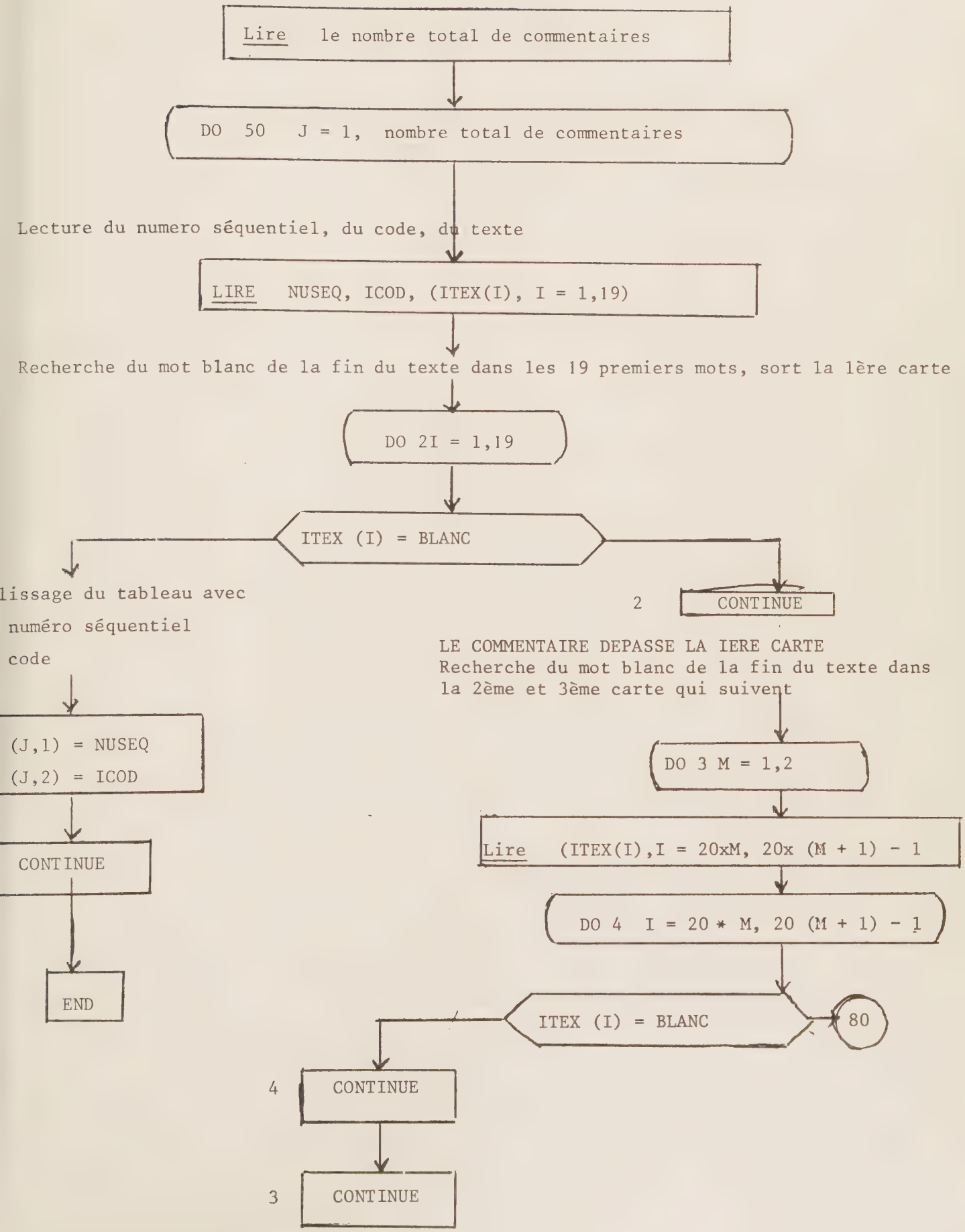
SORTIE

Une table, dont le 1er mot contient le numéro séquentiel des commentaires et le 2ème mot leur code correspondant.

MEMOIRES UTILISEES

NBCOM	Nombre total de commentaires
NUSEQ	Numero séquentiel du commentaire
ICOD	Code du commentaire
ITEXT(60)	Texte du commentaire On prévoit un maximum de 60 mots
ITAB(2,50)	Table de référence Par commentaire, on utilise 2 mots de la Table le 1er mot contient le numéro séquentiel le 2ème mot contient le code On prévoir un maximum de 50 commentaires.

ORGANIGRAMME DU SOUS-PROGRAMME COMMENTAIRES



3. - SOUS PROGRAMME CHEMINS

-=-=-=-=-

LECTURE ET MEMORISATION DU CHEMIN SUIVI PAR UN GROUPE D'ETUDIANTS AU COURS D'UNE LECON D'ENSEIGNEMENT PROGRAMME

LE CHEMIN D'UN ETUDIANT SE DECOMPOSE EN UNE LISTE D'ETAPES, CHACUNE COMPRENANT
- UN ITEM, UNE REPONSE, OU UN COMMENTAIRE
- UN NUMERO D'ITEM, OU UN CODE DE LA REPONSE, OU UN NUMERO DE COMMENTAIRE

MEMOIRES UTILISEES

NUSTU	Nombre d'étudiants utilisés
LEC	Nombre total d'étapes du chemin d'une leçon
LCAD	Nombre de cartes à lire Il y a 10 étapes par cartes
NOM (2,5)	Nom de l'élève. Le nom s'étale sur 2 mots machine On prévoir 5 élèves
IREF (3,5)	Référence de l'élève. La référence s'étale sur 3 mots machine On prévoit 5 références, une par élève.
K6	Numéro de l'étape au début de la carte
K7	Numéro de l'étape à la fin de la carte
LGENR (99,5)	LGENR est le premier mot de l'étape Il est égal à "ITEM" si on présente un item ou à "REPO" s'il s'agit d'une réponse ou à "COM " si on envoie un commentaire On prévoit 99 étapes dans le chemin d'une leçon On prévoit 5 élèves pour la leçon
ICHE (99,5)	représente un numéro s'il s'agit d'un item un code s'il s'agit d'une réponse un numéro s'il s'agit d'un commentaire On prévoit 99 numeros pour chaque élève On prévoit 5 élèves
LEFTO	reste de la division de LEC/10 Cette mémoire est utilisée pour calculer le nombre exacte de cartes à lire.

ORGANIGRAMME DU SOUS-PROGRAMME CHEMINS

LECTURE DU NOMBRE D'ETUDIANTS POUR UNE ECOLE

LECTURE DU NOMBRE D'ETAPES DU CHEMIN SUIVI PAR LES ETUDIANTS

IT 10 ETAPES PAR CARTE

UL DU NOMBRE DE CARTES

NOMBRE CARTES=NOMBRE ETAPES/10

DO 201, N = 1, NOMBRE ETUDIANTS

LIRE LE NOM DE L'ELEVE

LES REFERENCES DE L'ELEVE (NUMERO, DATE,....)

DO 204 J1=1, NOMBRE CARTES

IALISATION DES INDEX

J = J1 - 1

K6 = J 10+1

K7 = K6 + 9

CTURE DES DIFFERENTES ETAPES CONSTITUANT LE CHEMIN

LIRE : (LGENR (K8,N) , ICHE(K8,N) , K8 = K6, K7

204 CONTINUE

RESTE = NOMBRE D'ETAPES - 10 * NOMBRE DE CARTES

RESTE = 0

205 LIRE (LGENR(K8,N) ICHE(K8,N)K8=K7+1,K7+RESTE)

IMPRESSION - CHEMIN SUIVI DE L'ELEVE NUMERO "N"
- NOM DE L'ELEVE
- REFERENCES DE L'ELEVE

SSION DES DIFFERENTES ETAPES = (LGENR(J,N), ICHE(J,N), J = 1, NOMBRE ETAPES)

201 CONTINUE

S1= -.02 S2= -.11 ASYMPTOTE DE X1(T)= .31

PI1= .10 PI2= .60 X1(0)= .00 N= 2 N1(0)= 0 LAMBDA= .07 MU= .11 C= .38

VALEURS DE X1(T)

.02	.03	.04	.06	.07	.08	.09	.09	.10	.11
.12	.13	.13	.14	.14	.15	.15	.15	.16	.16
.17	.17	.17	.18	.18	.18	.19	.19	.19	.19
.20	.20	.20	.20	.20	.21	.21	.21	.21	.21
.22	.22	.22	.22	.22	.22	.23	.23	.23	.23
.23	.23	.23	.24	.24	.24	.24	.24	.24	.24
.24	.25	.25	.25	.25	.25	.25	.25	.25	.25
.26	.26	.26	.26	.26	.26	.26	.26	.26	.26
.26	.26	.27	.27	.27	.27	.27	.27	.27	.27
.27	.27	.27	.27	.27	.27	.27	.28	.28	.28

VALEURS DE N1(T)

.02	.03	.05	.06	.07	.09	.10	.11	.12	.13
.14	.15	.16	.17	.18	.19	.20	.20	.21	.22
.23	.24	.24	.25	.26	.26	.27	.28	.28	.29
.30	.30	.31	.31	.32	.32	.33	.33	.34	.34
.35	.35	.36	.36	.37	.37	.38	.38	.39	.39
.39	.40	.40	.41	.41	.41	.42	.42	.42	.43
.43	.43	.44	.44	.44	.45	.45	.45	.46	.46
.46	.46	.47	.47	.47	.47	.48	.48	.48	.48
.49	.49	.49	.49	.50	.50	.50	.50	.50	.51
.51	.51	.51	.51	.52	.52	.52	.52	.52	.52

S1= -.02 S2= -.11 ASYMPTOTE DE X1(T)= .31

PI1= .10 PI2= .60 X1(0)= 1.00 N= 2 N1(0)= 2 LAMBDA= .07 MU= .11 C= .38

VALEURS DE X1(T)

.96	.93	.90	.88	.85	.83	.81	.79	.77	.75
.74	.72	.71	.70	.68	.67	.66	.65	.64	.63
.63	.62	.61	.60	.60	.59	.58	.58	.57	.56
.56	.55	.55	.54	.54	.53	.53	.53	.52	.52
.51	.51	.51	.50	.50	.49	.49	.49	.48	.48
.48	.47	.47	.47	.47	.46	.46	.46	.45	.45
.45	.45	.44	.44	.44	.44	.43	.43	.43	.42
.43	.42	.42	.42	.42	.42	.41	.41	.41	.41
.41	.40	.40	.40	.40	.40	.40	.39	.39	.39
.39	.39	.39	.39	.38	.38	.38	.38	.38	.3

VALEURS DE N1(T)

1.96	1.93	1.90	1.87	1.84	1.81	1.78	1.76	1.73	1.71

1•68	1•65	1•64	1•62	1•60	1•59	1•58	1•57	1•56	1•55
1•49	1•47	1•46	1•44	1•42	1•41	1•39	1•38	1•36	1•35
1•34	1•32	1•31	1•30	1•28	1•27	1•26	1•25	1•24	1•23
1•21	1•20	1•19	1•18	1•17	1•16	1•15	1•14	1•13	1•12
1•11	1•11	1•10	1•09	1•08	1•07	1•06	1•06	1•05	1•04
1•03	1•02	1•02	1•01	1•00	1•00	•99	•98	•98	•97
•96	•96	•95	•94	•94	•93	•93	•92	•92	•91
•91	•90	•90	•89	•89	•88	•88	•87	•87	•86
•86	•85	•85	•84	•84	•84	•83	•83	•83	•82

S1= -•00 S2= -•10 ASYMPTOTE DE X1(T)= •17

PI1= •50 PI2= •90 X1(0)= •00 N= 10 N1(0)= 0 LAMBDA= •07 MU= •11 C= •38

VALEURS DE X1(T)

•00	•01	•01	•01	•02	•02	•02	•02	•03	•03
•03	•03	•03	•03	•03	•04	•04	•04	•04	•04
•04	•04	•04	•04	•04	•04	•04	•04	•04	•04
•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05
•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05
•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05
•05	•05	•05	•05	•05	•05	•05	•06	•06	•06
•06	•06	•06	•06	•06	•06	•06	•06	•06	•06
•06	•06	•06	•06	•06	•06	•06	•06	•06	•06
•06	•06	•06	•06	•06	•06	•06	•06	•06	•06

VALEURS DE N1(T)

•00	•01	•01	•02	•02	•02	•03	•03	•03	•04
•04	•04	•05	•05	•05	•06	•06	•06	•07	•07
•07	•08	•08	•08	•09	•09	•09	•09	•10	•10
•10	•11	•11	•11	•12	•12	•12	•12	•13	•13
•13	•14	•14	•14	•14	•15	•15	•15	•16	•16
•16	•16	•17	•17	•17	•18	•18	•18	•18	•19
•19	•19	•20	•20	•20	•20	•21	•21	•21	•21
•22	•22	•22	•23	•23	•23	•23	•24	•24	•24
•24	•25	•25	•25	•26	•26	•26	•26	•27	•27
•27	•27	•28	•28	•28	•28	•29	•29	•29	•29

S1= -•00 S2= -•14 ASYMPTOTE DE X1(T)= •50

PI1= •10 PI2= •10 X1(0)= •00 N= 10 N1(0)= 5 LAMBDA= •07 MU= •11 C= •38

VALEURS DE X1(T)

•07	•13	•18	•22	•26	•30	•33	•35	•37	•39
•41	•42	•43	•44	•45	•46	•47	•47	•48	•48
•49	•49	•49	•50	•50	•50	•50	•50	•50	•51
•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51
•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51
•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51
•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51
•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51

•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51	•51

VALEURS DE N1(T)

5•03	5•06	5•09	5•11	5•13	5•15	5•16	5•17	5•18	5•19
5•20	5•20	5•21	5•21	5•22	5•22	5•22	5•23	5•23	5•23
5•23	5•23	5•23	5•23	5•23	5•23	5•23	5•23	5•23	5•23
5•23	5•23	5•23	5•23	5•23	5•23	5•23	5•23	5•23	5•23
5•22	5•22	5•22	5•22	5•22	5•22	5•22	5•22	5•22	5•22
5•22	5•22	5•22	5•21	5•21	5•21	5•21	5•21	5•21	5•21
5•21	5•21	5•21	5•21	5•21	5•21	5•20	5•20	5•20	5•20
5•20	5•20	5•20	5•20	5•20	5•20	5•20	5•20	5•20	5•19
5•19	5•19	5•19	5•19	5•19	5•19	5•19	5•19	5•19	5•19
5•19	5•19	5•19	5•18	5•18	5•18	5•18	5•18	5•18	5•18

S1= -•00 S2= -•08 ASYMPTOTE DE X1(T)= •50

PI1= •60 PI2= •60 X1(0)= 1•00 N= 10 N1(0)= 10 LAMBDA= •07 MU= •00 C= •38

VALEURS DE X1(T)

1•00	•99	•99	•99	•98	•98	•98	•98	•97	•97
•97	•97	•97	•96	•96	•96	•96	•96	•96	•96
•96	•96	•96	•95	•95	•95	•96	•95	•95	•96
•95	•95	•95	•95	•94	•94	•94	•94	•94	•94
•94	•94	•94	•94	•94	•94	•94	•96	•94	•94
•94	•94	•94	•94	•94	•94	•94	•93	•93	•93
•93	•93	•93	•93	•93	•93	•93	•93	•93	•93
•93	•93	•93	•93	•93	•93	•93	•92	•93	•93
•93	•93	•93	•93	•93	•93	•93	•93	•92	•93
•92	•92	•92	•92	•92	•92	•92	•92	•92	•92

VALEURS DE N1(T)

10•00	9•99	9•99	9•98	9•98	9•98	9•97	9•97	9•96	9•96
9•96	9•95	9•95	9•95	9•94	9•94	9•93	9•93	9•93	9•93
9•92	9•92	9•91	9•91	9•90	9•90	9•90	9•89	9•89	9•89
9•88	9•88	9•87	9•87	9•87	9•86	9•86	9•86	9•86	9•85
9•85	9•84	9•84	9•83	9•83	9•83	9•82	9•82	9•82	9•81
9•81	9•81	9•80	9•80	9•80	9•79	9•79	9•78	9•78	9•78
9•77	9•77	9•77	9•76	9•76	9•76	9•75	9•75	9•75	9•74
9•74	9•74	9•73	9•73	9•72	9•72	9•72	9•71	9•71	9•71
9•70	9•70	9•70	9•69	9•69	9•69	9•68	9•68	9•68	9•67
9•67	9•67	9•66	9•66	9•66	9•65	9•65	9•64	9•64	9•64

S1= -•02 S2= -•10 ASYMPTOTE DE X1(T)= •60

PI1= •60 PI2= •40 X1(0)= •00 N= 2 N1(0)= 0 LAMBDA= •07 MU= •11 C= •00

VALEURS DE X1(T)

•02	•05	•07	•08	•10	•12	•13	•15	•16	•17
•19	•20	•21	•22	•23	•24	•24	•25	•26	•27
•27	•28	•29	•29	•30	•31	•31	•32	•32	•33
•33	•34	•34	•35	•35	•35	•36	•36	•37	•37
•37	•38	•38	•38	•39	•39	•39	•40	•40	•40
•41	•41	•41	•42	•42	•42	•42	•43	•43	•43
•43	•44	•44	•44	•44	•45	•45	•45	•45	•46
•46	•46	•46	•46	•47	•47	•47	•47	•47	•48
•48	•48	•48	•48	•48	•48	•49	•49	•49	•49
•50	•50	•50	•50	•50	•50	•50	•51	•51	•51

VALEURS DE N1(T)

•02	•05	•07	•09	•11	•13	•15	•17	•19	•21
•22	•24	•26	•27	•29	•30	•32	•33	•35	•36
•37	•39	•40	•41	•42	•44	•45	•46	•47	•48
•49	•51	•52	•53	•54	•55	•56	•57	•58	•59
•60	•61	•61	•62	•63	•64	•65	•66	•67	•67
•68	•69	•70	•70	•71	•72	•73	•73	•74	•75
•76	•76	•77	•78	•78	•79	•79	•80	•81	•81
•82	•83	•83	•84	•84	•85	•85	•86	•86	•87
•87	•88	•88	•89	•89	•90	•90	•91	•91	•91
•92	•92	•93	•93	•93	•94	•94	•95	•95	•95

S1= -•00 S2= -•11 ASYMPTOTE DE X1(T)= •60

PI1= •60 PI2= •40 X1(0)= •10 N= 10 N1(0)= 0 LAMBDA= •07 [illegible]= •11 C= •38

VALEURS DE X1(T)

•11	•12	•13	•14	•15	•16	•17	•17	•18	•18
•19	•19	•20	•20	•20	•21	•21	•21	•22	•22
•22	•2	•22	•22	•23	•23	•23	•23	•24	•24
•24	•24	•24	•24	•24	•24	•24	•25	•25	•25
•25	•25	•25	•25	•25	•25	•25	•26	•26	•26
•26	•26	•26	•26	•26	•26	•27	•27	•27	•27
•27	•27	•27	•27	•27	•27	•27	•27	•28	•28
•28	•28	•28	•28	•28	•28	•28	•28	•28	•28
•28	•29	•29	•29	•29	•29	•29	•29	•29	•29
•29	•29	•29	•30	•30	•30	•30	•30	•30	•30

VALEURS DE N1(T)

•02	•04	•06	•08	•10	•12	•13	•15	•17	•18
•20	•22	•24	•25	•27	•29	•30	•32	•33	•35
•36	•38	•40	•41	•43	•44	•46	•47	•49	•50
•52	•53	•55	•56	•58	•59	•61	•62	•64	•65
•66	•68	•69	•71	•72	•74	•75	•77	•78	•80
•81	•83	•83	•85	•86	•88	•89	•91	•92	•94
•96	•96	•97	•99	1•00	1•02	1•03	1•05	1•06	1•08
1•08	1•10	1•11	1•13	1•15	1•16	1•18	1•19	1•21	1•22
1•23	1•24	1•25	1•27	1•28	1•29	1•31	1•32	1•33	1•34

PROGRAMME DE [illegible] ET [illegible]
CONDITIONNELLE D'UNE REPONSE A [illegible]
UN RENFORCEMENT ANTERIEUR.

```
 * NO DATE *                                                    AE*1
*FORTRAN LS,GS
        DIMENSION PTUT1(100),X1(1),XN1(1)
        READ 1,PI1,PI2,X1ZE,N,N1ZE,XLAMB,XMU,XC
      1 FORMAT(3F10.5,2I10,3F10.5)
        READ 20,IT1,J
     20 FORMAT(2I5)
        DELTA=((XLAMB+(XMU*XC)*(2.0-PI1-PI2))**2-(4.0*XLAMB*XMU*XC)*((2.0-
       1PI1-PI2)/N))**0.5
        S1=-0.5*(XLAMB+XMU*XC*(2.0-PI1-PI2))+0.5*DELTA
        S2=-0.5*(XLAMB+XMU*XC*(2.0-PI1-PI2))-0.5*DELTA
        XASY=(1.0-PI2)/(2.0-PI1-PI2)
        PRINT 9,S1,S2,XASY
      9 FORMAT(10X,$S1= $,F6.2,10X,$S2= $,F6.2,10X,$ASYMPTOTE DE X1(T)= $,
       1F4.2)
        XKINT=((XLAMB+XMU*XC*(2.0-PI1-PI2))*X1ZE)-(XLAMB*(N1ZE/N))
        XK1=(XKINT+(S2*X1ZE)+((S1+XLAMB)*XASY))/(S2-S1)
        XK2=(XKINT+(S1*X1ZE)+((S1+XMU*XC*(2.0-PI1-PI2))*XASY))/(S1-S2)
        T=IT1
        I=1
        X1(I)=XASY+(XK1*EXP(S1*T))+(XK2*EXP(S2*T))
        XN1(I)=XASY+(XK1*(1.0+(S1/XLAMB)+(XMU*XC*(2.0-PI1-PI2)/XLAMB))*EXP
       1(S1*T))+(XK2*(1.0+(S2/XLAMB)+(XMU*XC*(2.0-PI1-PI2)/XLAMB))*EXP(S2*
       1T))
        PRINT 3,PI1,PI2,X1ZE,N,N1ZE,XLAMB,XMU,XC
      3 FORMAT(1X,$PI1= $,F4.2,5X,$PI2= $,F4.2,5X,$X1(0)= $,F4.2,5X,$N= $,
       1I3,5X,$N1(0)= $,I3,5X,$LAMBDA= $,F4.2,5X,$MU= $,F4.2,5X,$C= $,F4.2
       1//)
        PRINT 4,X1(1),XN1(1)
      4 FORMAT(20X,$VALEUR DE X1(T1)= $,F4.2,20X,$VALEUR DE N1(T1)= $,F6.2
       1/)
        XJ=J
        XKINT1=((XLAMB+XMU*XC*(2.0-PI1-PI2))*((1.0-XC)*X1(1)+XC*(2.0-XJ))-
       1(XLAMB/N)*(XN1(1)-XC*X1(1)+XC*(2.0-XJ))-(XMU*XC*(2.0-PI1-PI2)*((1.
       10-PI2)/(2.0-PI1-PI2))))/(S2-S1)
        XKPR1=XKINT1+(S2*((1.0-XC)*X1(1)+XC*(2.0-XJ))/(S2-S1))-(S2/(S2-S1)
       1)*((1.0-PI2)/(2.0-PI1-PI2))
        XKPR2=-XKINT1+(S1*((1.0-XC)*X1(1)+XC*(2.0-XJ))/(S1-S2))-(S1/(S1-S2
       1))*((1.0-PI2)/(2.0-PI1-PI2))
        PRINT 30,J,IT1
     30 FORMAT(20X,$VALEUR DE LA PROBABILITE CONDITIONNELLE DE LA REPONSE
       1A1 APRES Q'UN RENFORCEMENT E$,I1,$ SOIT INTERVENU AU TEMPS $,I3,/)
        DO 12 IT=IT1,IT1+99
        I=IT-IT1+1
        PTUT1(I)=((1.0-PI2)/(2.0-PI1-PI2))+XKPR1*EXP(S1*I)+XKPR2*EXP(S2*I)
     12 CONTINUE
        DO 5 I=1,10
        I1=10*(I-1)
      5 PRINT 6,(PTUT1(J),J=I1+1,I1+10)
      6 FORMAT(12F10.2)
        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABE          LSCI

***ENTRY FU
```

S1= -.02 S2= -.11 ASYMPTOTE DE X1(T)= .31

PI1= .10 PI2= .6C X1(0)= .CC N= 2 N1(0)= 0 LAMBDA= .07 MU= .11 C= .38

VALEUR DE X1(T1)= .11 VALEUR DE N1(T1)= .07

VALEUR DE LA PROBABILITE CONDITIONNELLE DE LA REPONSE A1 APRES Q'UN RENFORCEMENT E2 SOIT INTERVENU AU TEMPS 10

.08	.08	.09	.10	.10	.11	.12	.12	.13	.13
.14	.14	.14	.15	.15	.16	.16	.16	.17	.17
.17	.17	.18	.18	.18	.18	.19	.19	.19	.19
.20	.20	.20	.20	.20	.21	.21	.21	.21	.21
.22	.22	.22	.22	.22	.22	.22	.23	.23	.23
.23	.23	.23	.23	.24	.24	.24	.24	.24	.24
.24	.24	.25	.25	.25	.25	.25	.25	.25	.25
.25	.26	.26	.26	.26	.26	.26	.26	.26	.26
.26	.26	.26	.27	.27	.27	.27	.27	.27	.27
.27	.27	.27	.27	.27	.27	.27	.27	.28	.28

STOP 77774123

DISTRIBUTION D'ENTRE-ARRIVEE DU PROCESSUS DE CHANGEMENT DE REPONSE

MODELE D'APPRENTISSAGE A STIMULI ET A TEMPS CONTINU.

AE-1

```
* NO DATE *

@FORTRAN LS,GO
        DIMENSION E(100)
        ALAMBDA=0.25
        AMU=3.0
        C=0.4
        PI=0.6
        DO 1 I=1,101
        I1=I-1
      1 E(I)=(1.C/((2.C*PI*(1-PI)*(ALAMBDA+AMU*C))))*EXP(-(2.0*PI*(1-PI)*(
       1ALAMBDA+AMU*C)*I1))
        PRINT 2
      2 FORMAT(10X,$DISTRIBUTION D'ENTRE ARRIVEE DU PROCESSUS DE CHANGEMEN
       1T DE REPONSE$,//)
        DO 4 I=1,10
        I1=10*(I-1)
      4 PRINT 3,(E(J),J=I1+1,I1+10)
      3 FORMAT(1X,10F10.2)
        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***

***EXTERNAL REFERENCES***
00000 SINITIAL        00042 SEXP           00132 9BCDWRIT       00153 9ENDIOL        00143 9IODATUM
00163 SSTOP
```

DISTRIBUTION D'ENTRE ARRIVEE DU PROCESSUS DE CHANGEMENT DE REPONSE

1.44	.72	.36	.18	.09	.04	.02	.01	.01	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00

STEP 77774123

PROGRAMME CODAGE

ORGANIGRAMME DU PROGRAMME

CODIFICATION

1. - Sous-programme ITEM

2. - Sous-programme COMMENTAIRES

3. - Sous-programme CHEMINS

4. - PROGRAMME CODAGE

1. - SOUS PROGRAMME ITEM

MEMOIRES UTILISEES

NBRIT	NOMBRE TOTAL D'ITEMS DEFINIS DANS UNE LECON
NUMIT (80)	NUMERO SEQUENTIEL DE L'ITEM. IL EST PREVU 80 ITEMS
ICONCE (2,80)	ZONE CONCEPTS DE L'ITEM IL EST PREVU 80 ZONES CONCEPTS, CHACUNE S'ETENDANT SUR 2 MOTS MACHINES
ICODIT (80)	CODE DE L'ITEM IL EST PREVU 80 CODES.

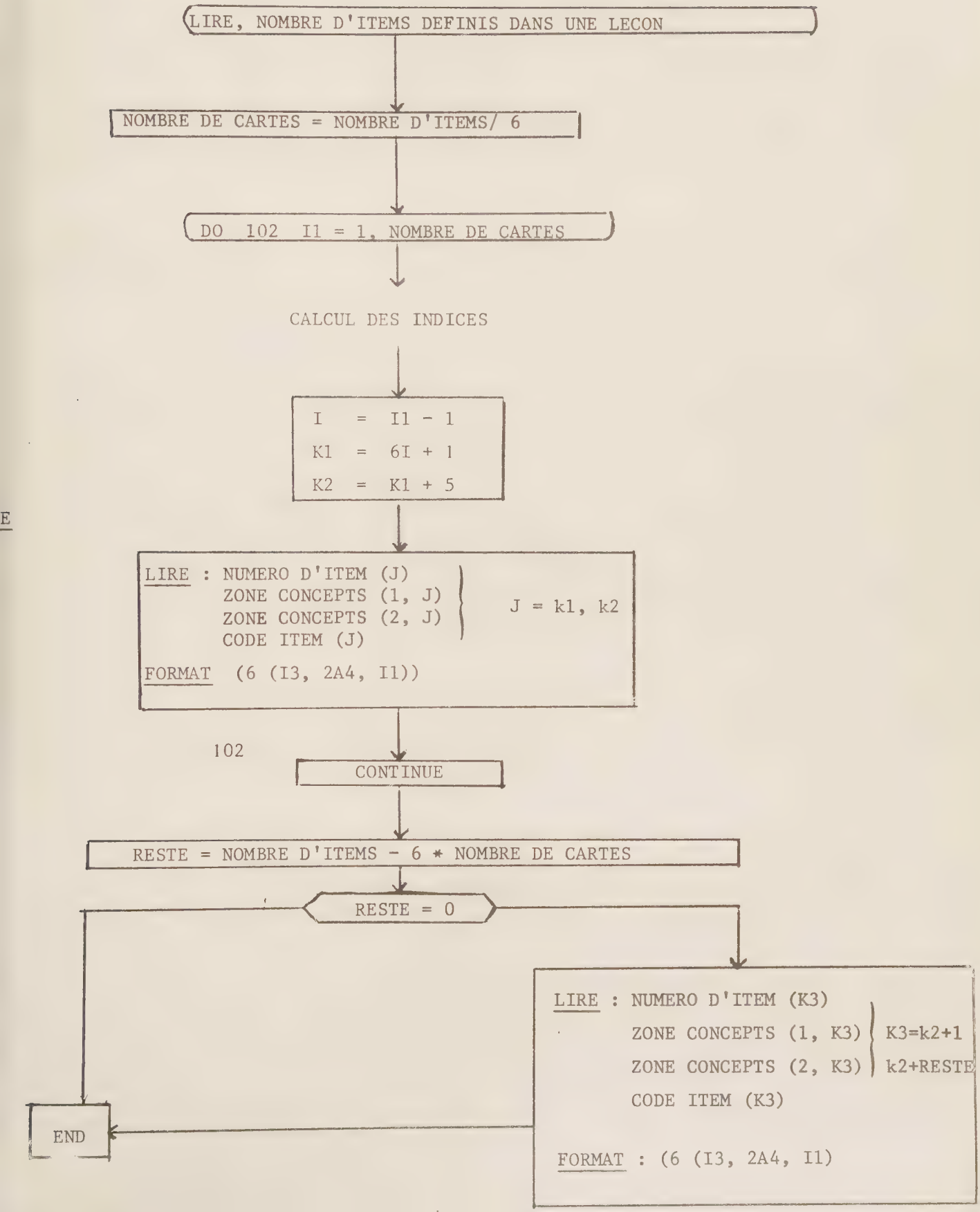
SOUS-PROGRAMME ITEM

ECTURE ET MEMORISATION DU GROUPE SUIVANT COMPRENANT :

- UN NUMERO SEQUENTIEL D'ITEM
- UNE ZONE CORRESPONDANTE DE CONCEPTS
- UN CODE DE L'ITEM

N LIT 6 GROUPES PAR CARTE.

ALCUL DU NOMBRE DE CARTES.



2. - SOUS PROGRAMME COMMENTAIRES

BUT

LECTURE ET MEMORISATION D'UNE SERIE DE COMMENTAIRES
CHAQUE COMMENTAIRE EST CONSTITUE DES ELEMENTS SUIVANTS
- UN NUMERO SEQUENTIEL
- UN CODE
- UN TEXTE (on prévoir un maximum de 60 mots machine)

SORTIE

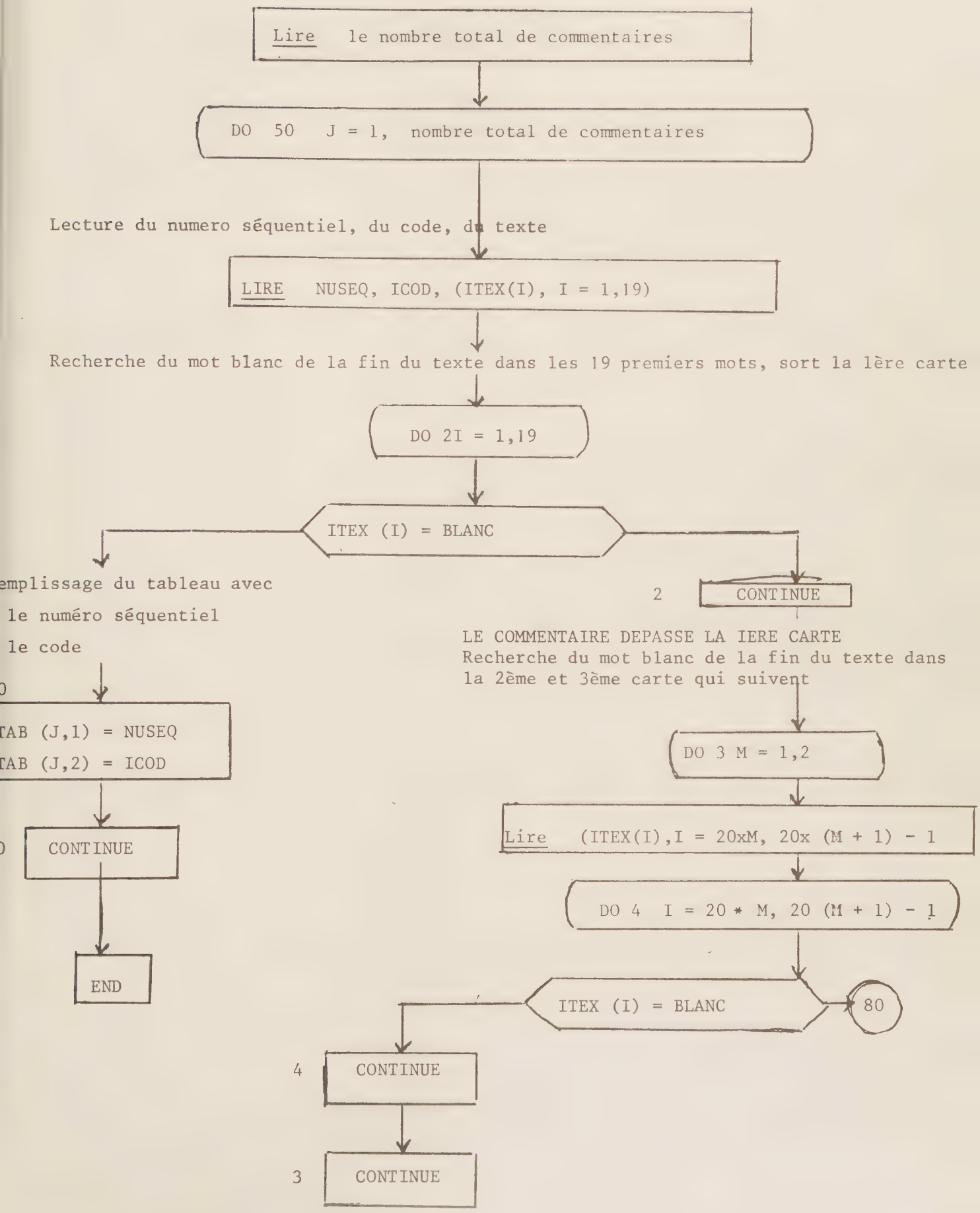
Une table, dont le ler mot contient le numéro séquentiel des commentaires et le 2ème mot leur code correspondant.

MEMOIRES UTILISEES

NBCOM	Nombre total de commentaires
NUSEQ	Numero séquentiel du commentaire
ICOD	Code du commentaire
ITEXT(60)	Texte du commentaire On prévoit un maximum de 60 mots
ITAB(2,50)	Table de référence Par commentaire, on utilise 2 mots de la Table le ler mot contient le numéro séquentiel le 2ème mot contient le code On prévoir un maximum de 50 commentaires.

ORGANIGRAMME DU SOUS-PROGRAMME COMMENTAIRES

-=-=-=-=-



3. - SOUS PROGRAMME CHEMINS

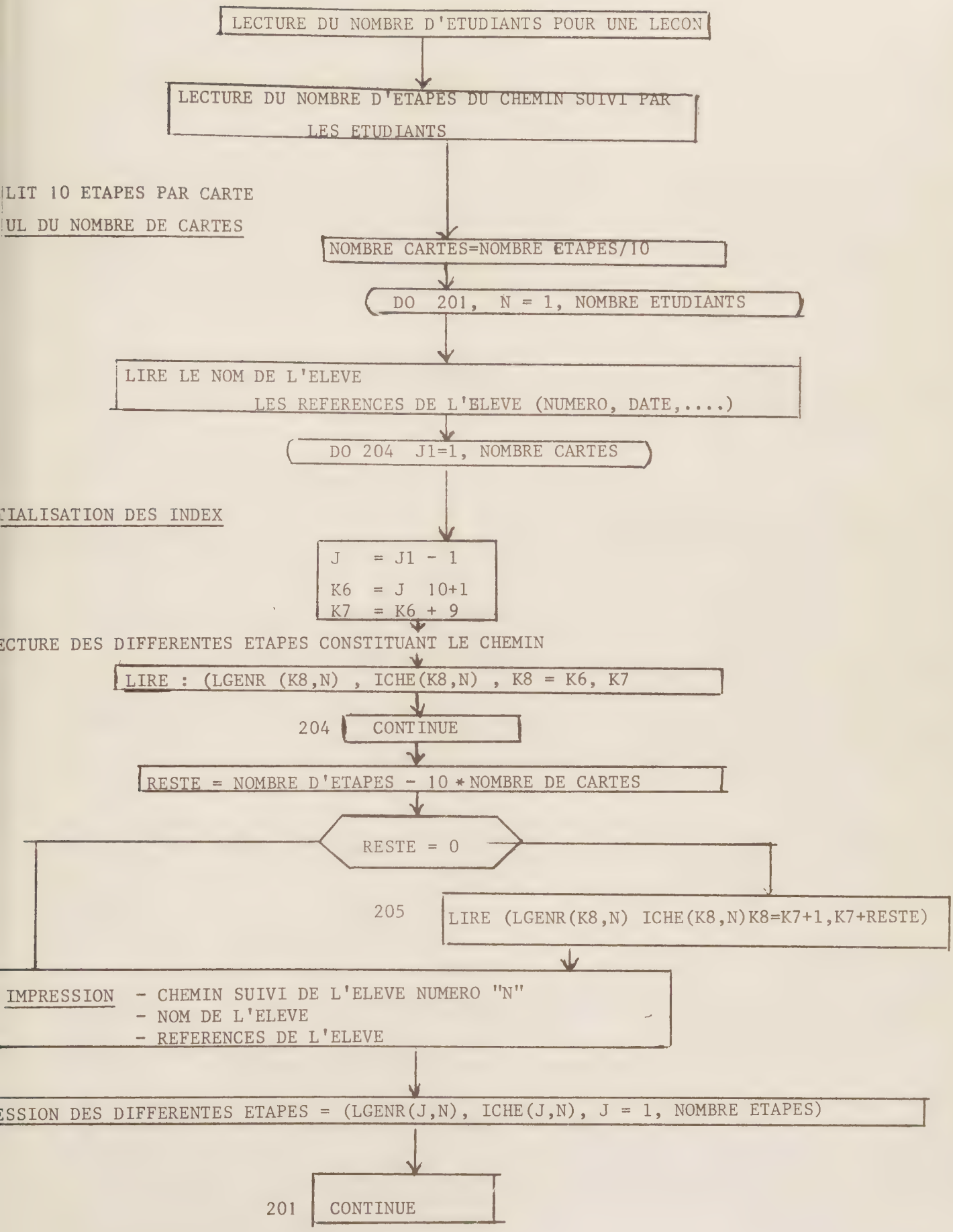
LECTURE ET MEMORISATION DU CHEMIN SUIVI PAR UN GROUPE D'ETUDIANTS AU COURS D'UNE LECON D'ENSEIGNEMENT PROGRAMME

LE CHEMIN D'UN ETUDIANT SE DECOMPOSE EN UNE LISTE D'ETAPES, CHACUNE COMPRENANT
- UN ITEM, UNE REPONSE, OU UN COMMENTAIRE
- UN NUMERO D'ITEM, OU UN CODE DE LA REPONSE, OU UN NUMERO DE COMMENTAIRE

MEMOIRES UTILISEES

NUSTU	Nombre d'étudiants utilisés
LEC	Nombre total d'étapes du chemin d'une leçon
LCAD	Nombre de cartes à lire Il y a 10 étapes par cartes
NOM (2,5)	Nom de l'élève. Le nom s'étale sur 2 mots machine On prévoir 5 élèves
IREF (3,5)	Référence de l'élève. La référence s'étale sur 3 mots machine On prévoit 5 références, une par élève.
K6	Numéro de l'étape au début de la carte
K7	Numéro de l'étape à la fin de la carte
LGENR (99,5)	LGENR est le premier mot de l'étape Il est égal à "ITEM" si on présente un item ou à "REPO" s'il s'agit d'une réponse ou à "COM " si on envoie un commentaire On prévoit 99 étapes dans le chemin d'une leçon On prévoit 5 élèves pour la leçon
ICHE (99,5)	représente un numéro s'il s'agit d'un item un code s'il s'agit d'une réponse un numéro s'il s'agit d'un commentaire On prévoit 99 numeros pour chaque élève On prévoit 5 élèves
LEFTO	reste de la division de LEC/10 Cette mémoire est utilisée pour calculer le nombre exacte de cartes à lire.

ORGANIGRAMME DU SOUS-PROGRAMME CHEMINS

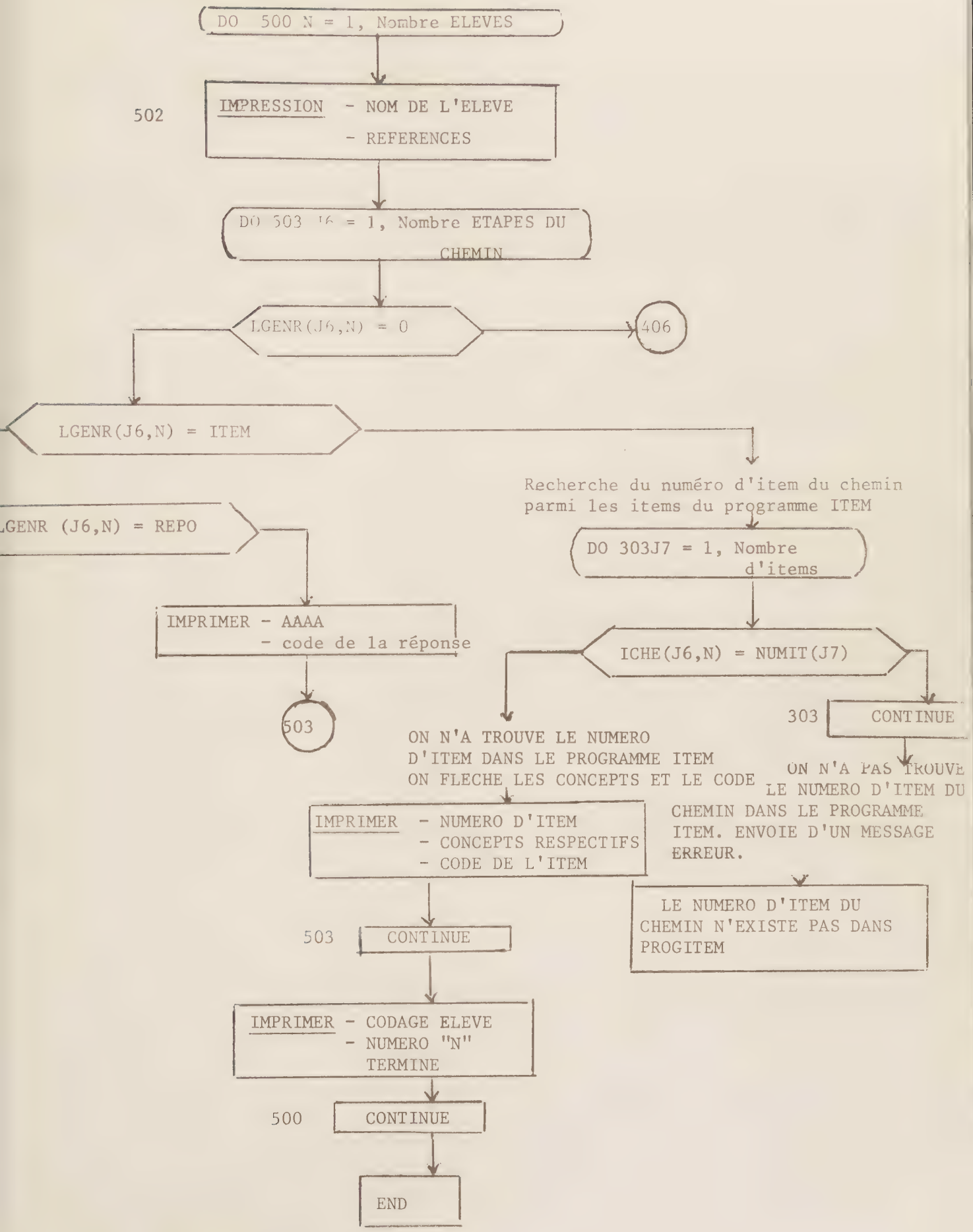


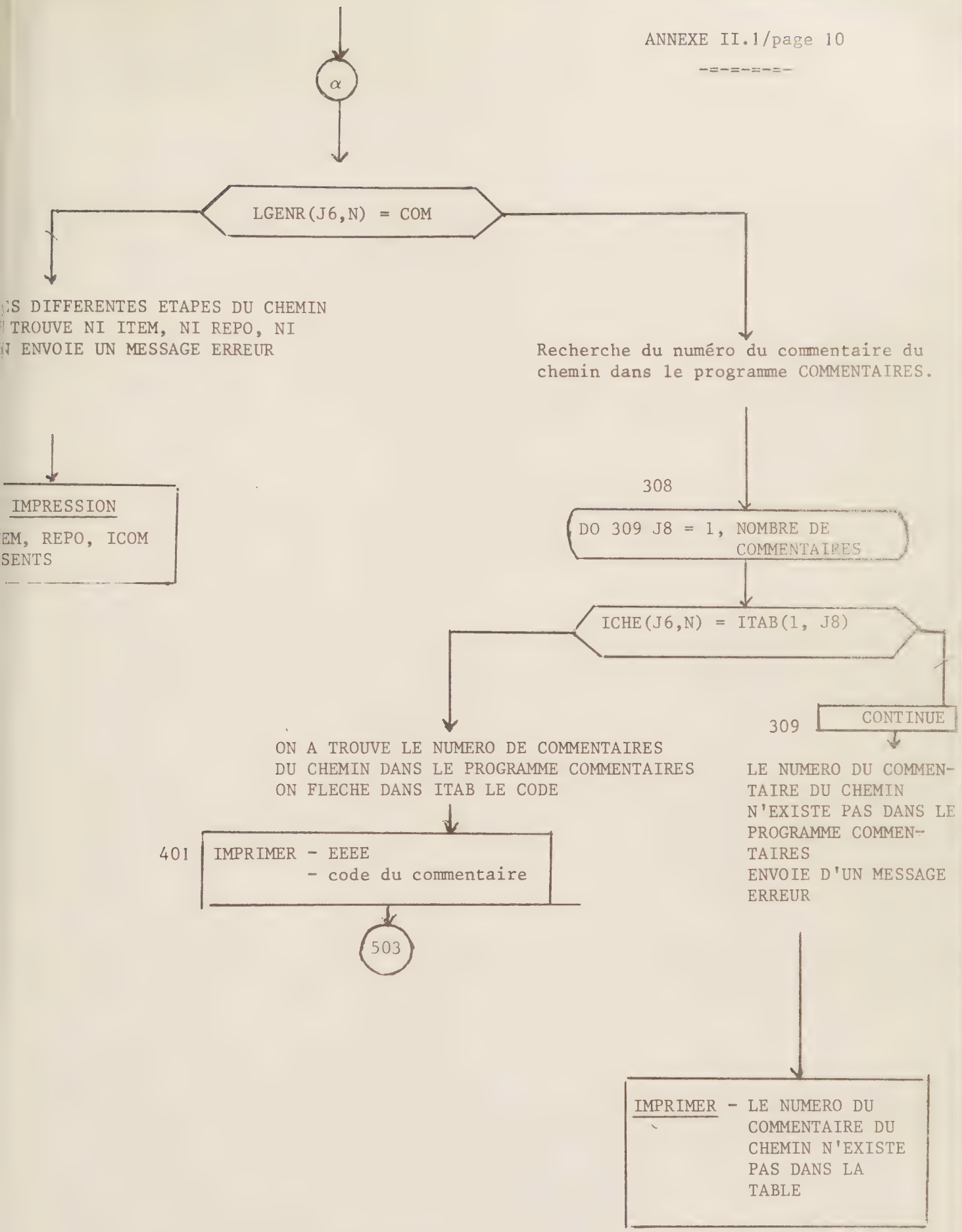
4. - PROGRAMME CODAGE

Mémoires utilisées

NUSTU	Nombre d'élèves
LEC	Nombre d'étapes du chemin d'une leçon
LGENR	est égal à ITEM, REPO ou COM (voir programme CHEMINS)
ICME	Numéro d'item, ou de commentaire, ou un code dans le chemin d'une leçon (voir programme CHEMINS)
NBCOM	Nombre total de commentaires
ITAB	Le 1er mot contient le numéro séquentiel du commentaire Le 2ème mot contient son code (voir programme COMMENTAIRES)
NBRIT	Nombre d'items dans une leçon
NUMIT	Numéro séquentiel de l'item
ICODIT	Code de l'item
ICOUCE	Concepts compris dans un item (voir programme ITEM)
AAAA	Codage pour indiquer qu'il s'agit d'une réponse
EEEE	Codage pour indiquer qu'il s'agit d'un commentaire.

ORGANIGRAMME PROGRAMME CODAGE




α
LGENR(J6,N) = COM
S DIFFERENTES ETAPES DU CHEMIN
TROUVE NI ITEM, NI REPO, NI
ENVOIE UN MESSAGE ERREUR
Recherche du numéro du commentaire du chemin dans le programme COMMENTAIRES.
IMPRESSION
EM, REPO, ICOM
SENTS
308
DO 309 J8 = 1, NOMBRE DE COMMENTAIRES
ICHE(J6,N) = ITAB(1, J8)
309
CONTINUE
ON A TROUVE LE NUMERO DE COMMENTAIRES DU CHEMIN DANS LE PROGRAMME COMMENTAIRES ON FLECHE DANS ITAB LE CODE
LE NUMERO DU COMMENTAIRE DU CHEMIN N'EXISTE PAS DANS LE PROGRAMME COMMENTAIRES ENVOIE D'UN MESSAGE ERREUR
401
IMPRIMER - EEEE
- code du commentaire
503
IMPRIMER - LE NUMERO DU COMMENTAIRE DU CHEMIN N'EXISTE PAS DANS LA TABLE

PROGRAMME CODIFICATION

```
* NO DATE *

AFORTRAN LS,GO                                                        AE=1
      C        PROGRAMME D'APPEL POUR LE CODAGE D'UNE LECON
      C                                  *****
            CALL ITEMS
            CALL COMMENT
            CALL CHEMINS
            CALL CODAGE
            END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELLED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***

***EXTERNAL REFERENCES***
00000 SINITIAL       00001 ITEMS          00003 COMMENT        00005 CHEMINS       [illegible]
00011 SSTOP
```

```
C                            PROGRAMME ITEMS
         COMMON NBCOM,ITAB(3,5C),NUMIT(80),ICONCE(2,80),ICODIT(8C),NBRIT
         READ 1C1,NBRIT
  101    FORMAT(I3)
C                                ***
C                          LECTURE DES DONNEES
         NCART=NBRIT/6
         DO 1C2 I1=1,NCART
         I=I1-1
         K1=6*I+1
         K2=K1+5
         READ 1C4,(NUMIT(J),ICONCE(1,J),ICONCE(2,J),ICODIT(J),J=K1,K2)
     104 FORMAT(6(I3,2A4,I1,1X))
  102    CONTINUE
         NREST=NBRIT-6*NCART
         IF(NREST.EQ.C) GO TO 103
         READ 1C4,(NUMIT(K3),ICONCE(1,K3),ICONCE(2,K3),ICODIT(K3),K3=K2+1,K
        12+NREST)
C                                ***
C                          IMPRESSION DES ITEMS
     1C3 PRINT 1C5
  105    FORMAT(2CX,13HNUMERO D'ITEM,1CX,8HCONCEPTS,8X,4HCODE)
         DO 1C6 I=1,NBRIT
         PRINT 1C7,NUMIT(I),ICONCE(1,I),ICONCE(2,I),ICODIT(I)
     1C7 FORMAT(25X,I3,14X,2A4,7X,I1)
  106    CONTINUE
         RETURN
         END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
COOOC ITEMS
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 9SETUPC        CO123 9BCDREAD        00235 9IODATUM        00237 9ENDIOL        00206 9IDOSET
00214 9BCDWRIT
```

```
      SUBROUTINE COMMENT
C     PROGRAMME DE LECTURE ET D'IMPRESSION DES COMMENTAIRES
C                                        ******
      COMMON NBCOM,ITAB(3,50)
      DIMENSION ITEX(60),LZONE(1800)
      INTEGER BLANC
      DATA BLANC/4H    /
      READ 1,NBCOM
 1    FORMAT(I3)
      LFINTEX=0
      K=1
      DO 50 J=1,NBCOM
      READ 51,NUSEG,ICOD,(ITEX(I),I=1,19)
 51   FORMAT(I3,I1,19A4)
      DO 2 I=1,19
      IF(ITEX(I).EQ.BLANC) GO TO 80
 2    CONTINUE
      DO 3 M=1,2
      READ 52,(ITEX(I),I=20*M,20*(M+1)-1)
 52   FORMAT(20A4)
      DO 4 I=20*M,20*(M+1)-1
      IF(ITEX(I).EQ.BLANC) GO TO 80
 4    CONTINUE
    3 CONTINUE
      PRINT 53
 53   FORMAT(10X,17HERREUR DE LECTURE/)
C                                                 ***
C  REMPLISSAGE DU TABLEAU DE REPERAGE
  80 ITAB(1,J)=NUSEG
      ITAB(2,J)=ICOD
      ITAB(3,J)=K
      LFINTEX=I-1
C                                            ***
C  RECOPIE DES COMMENTAIRES DANS UNE ZONE
      DO 5 I=1,LFINTEX
      LZONE(K)=ITEX(I)
      K=K+1
 5    CONTINUE
 50   CONTINUE
      PRINT 10,(LZONE(II),II=1,K-1)
   10 FORMAT(1X,30A4)
C                                            ***
C  IMPRESSION DES COMMENTAIRES
      PRINT 8
 8    FORMAT(5X,1[illegible]ERO SEQUENTIEL,5X,4HCODE,25X,5HTEXTE)
      DO 60 J=1,NBCOM
      LPTDEB=ITAB(3,J)
      IF(ITAB(3,J+1).EQ. 0) GO TO 300
      LONMES=ITAB(3,J+1)-ITAB(3,J)
      LPTFIN=LPTDEB+LONMES-1
      PRINT 16,ITAB(1,J),ITAB(2,J),(LZONE(II),II=LPTDEB,LPTFIN)
   16 FORMAT(12X,I3,1[illegible]X,I1,[illegible],24A4,/34X,24A4,/34X,12A4)
 60   CONTINUE
  300 LPTFIN=LPTDEB[illegible]
[illegible]
```

```
    56;       RETURN
    57;       END
***GLOBA   [illegible]

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 COMMENT
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 9SETUPC         00075 9BCDREAD        00456 9I0DATUM        00464 9ENDI0L        00313 9ID0SET
00433 9BCDWRIT
```

```
    1:        SUBROUTINE CHEMINS
    2: C                        PROGRAMME CHEMIN
    3:        COMMON NBCOM,ITAB(3,50),NUMIT(80),ICONCE(2,80),ICODIT(80),NBRIT
    4:        COMMON NOM(2,5),IREF(3,5),LGENR(99,5),ICHE(99,5),NUSTU,N,LEC
    5:        READ 200,NUSTU,LEC
    6: 200    FORMAT(I1,I2)
    7:        LCAD=LEC/10
    8:        DO 201 N=1,NUSTU
    9:        READ 202,(NOM(M,N),M=1,2)
   10: 202    FORMAT(2A4)
   11:        READ 203,(IREF(M,N),M=1,3)
   12: 203    FORMAT(3(A4,2X))
   13: C                           LECTURE DU CHEMIN
   14:        DO 204 J1=1,LCAD
   15:        J=J1*1
   16:        K6=J*10+1
   17:        K7=K6+9
   18:        READ 205,(LGENR(K8,N),ICHE(K8,N),K8=K6,K7)
   19: 205    FORMAT(10(A4,I3,1X))
   20: 204    CONTINUE
   21:        LEFTO=LEC-10*LCAD
   22:        IF(LEFTO .EQ.0) GO TO 210
   23:        READ 205,(LGENR(K8,N),ICHE(K8,N),K8=K7+1,K7+LEFTO)
   24: C                           IMPRESSION DU CHEMIN
   25:        PRINT 206,N
   26: 206    FORMAT(30X,31HCHEMIN SUIVI DE L'ELEVE NUMERO I1)
   27:        PRINT 207,(NOM(M,N),M=1,2)
   28: 207    FORMAT(40X,2(A4,5X))
   29:        PRINT 208,(IREF(M,N),M=1,3)
   30: 208    FORMAT(40X,3(A4,5X))
   31:        DO 209 J=1,LEC
   32:        PRINT 210,LGENR(J,N),ICHE(J,N)
   33: 210    FORMAT(44X,A4,2X,I2)
   34: 209    CONTINUE
   35: 201    CONTINUE
   36:        RETURN
   37:        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCK***

***ENTRY POINT***
00000 CHEMINS
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 9SETUPC
00382 9BCDWRIT
```

```
 1:        SUBROUTINE CODAGE
 2: C                                    PROGRAMME CODAGE
 3: C                                          ****
 4:        COMMON NBCOM,ITAB(3,50),NUMIT(80),ICONCE(2,80),ICODIT(80),NBRIT
 5:        COMMON NOM(2,5),IREF(3,5),LGENR(99,5),ICHE(99,5),NUSTU,N,LEC
 6:        DATA ITEM,IREP,ICOM/4HITEM,4HREPO,3HCOM/
 7:        DATA BLANC/4H    /
 8:        DO 500 N=1,NUSTU
 9: C                                    ****
10: C                           IMPRESSION DU NOM ET DES REFERENCES
11:        PRINT 501,((NOM(M,N),M=1,2)
12: 501    FORMAT(40X,2(A4,5X))
13:        PRINT 502,(IREF(M,N),M=1,3)
14: 502    FORMAT(40X,A4,5X,A4,10X,A4)
15: C                                      ****
16: C                                     CODAGE
17:        DO 503 J6=1,LEC
18:        IF(LGENR(J6,N).EQ.BLANC) GO TO 406
19:        IF(LGENR(J6,N).EQ.ITEM) GO TO 302
20:        IF(LGENR(J6,N).EQ.IREP) GO TO 306
21:        IF(LGENR(J6,N).EQ.ICOM) GO TO 308
22:        PRINT 400
23: 400    FORMAT(30X,$ITEM,REPO,ICOM,ABSENTS$)
24: 308    DO 309 J8=1,NBCOM
25:        IF(ICHE(J6,N).EQ.ITAB(1,J8))GO TO 401
26:   309  CONTINUE
27:        PRINT 405
28: 405    FORMAT(30X,$LE NUMERO DU COM DU CHEMIN N'EXISTE PAS DS LA TABLE$)
29: 401    PRINT 402,ITAB(2,J8)
30: 402    FORMAT(49X,$E E E E $,7X,I1/)
31:        GO TO 503
32: 306    PRINT 307,ICHE(J6,N)
33: 307    FORMAT(49X,$A A A A $,5X,I3/)
34:        GO TO 503
35: 302    DO 303 J7=1,NBRIT
36:        IF(ICHE(J6,N).EQ.NUMIT(J7)) GO TO 304
37: 303    CONTINUE
38:        PRINT 407
39: 407    FORMAT(30X,$LE NUMERO D'ITEM DU CHEMIN N'EXISTE PAS DS ITEMS$)
40: 304    PRINT 305,ICHE(J6,N),ICONCE(1,J7),ICONCE(2,J7),ICODIT(J7)
41: 305    FORMAT(40X,I3,6X,2A4,7X,I1/)
42: 503    CONTINUE
43: 406    PRINT 403,N
44: 403    FORMAT(25X,$CODAGE DU CHEMIN DE L'ELEVE NUMERO  $,I1,$ TERMINE$)
45: 500    CONTINUE
46: 600    RETURN
47:        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 CODAGE
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 %SETUPC          00316 %IDOSET          00432 %BCDWRIT          00433 %IODATM          00435 %ENDIOL
```

-x-x-x-

SORTIES INTERMEDIAIRES DU PROGRAMME CODIFICATION

NUMERO D'ITEM	CONCEPTS	CODE
1	15014421	2
2	16155700	0
3	15012324	0
4	25262829	0
5	15012360	0
6	25034041	0
7	40132557	2
8	40134337	2
9	34133536	2
10	27133845	2
11	40133427	2
12	40314200	2
13	41132557	2
14	41134342	2
15	41063435	2
16	27134500	2
17	41133461	2
18	40415700	2
19	15062646	2
20	46135600	2
21	46133436	2
22	46135634	2
23	46014757	2
24	32132601	2
25	32134227	2
26	34133635	2
27	32134849	2
28	50014442	2
29	28133451	2
30	51103246	2
31	29303115	0
32	30156063	2
33	30155200	2
34	31134262	2
35	31134337	2
36	34133635	2
37	27135338	2
38	31133436	2
39	31133454	2
40	53523400	2
41	27075556	2
42	31134200	2
43	15013300	2
44	33134200	2
45	33134327	2
46	34134245	2
47	45043319	2
48	34453319	2
55	62016200	2
56	31000000	2
58	41000000	2
60	32000000	2
62	30000000	2
64	30016033	2

67	51570000	2
69	51006000	2
70	46000000	2
72	57012447	2
73	24420000	2
74	24420000	2
75	24134358	2

FAUXESSAYEZ A NOUVEAU JUSTE ATTENTION A L'ORTHOGRAPHE LES PLASMOCYTES SONT LES SEULES CELLULES QUI ONT UNE LOINTAI
NE RESSEMBLANCE AVEC LES OSTEOBLASTES DE CETTE PHOTO.LES PLASMOCYTES SONT PLUS PETITS PLUS BASOPHILES ET ONT UN NOYAU MO
TTE BIENVOICI LA BONNE REPONSE LES NOYAUX SONT TOUS PARFAITEMENT REGULIERS ET SEPARES LES UNS DES AUTRES LES GRANULATIO
NS IRREGULIERES DU CYTOPLASME SONT DIFFERENTES DE CELLES DU MEGACARYOCYTE QUE VOICI CETTE CELLULE TRES DIFFERENTE DES CE
LLULES DE LA LIGNEE MEGACARYOCYTAIRE,C'EST UNE CELLULE RETICULAIRE CHARGEE DE RESTE CELLULAIRE EN VOIE DE MACROPHAGIE
LE NOMBRE D'ELEMENTS DEMANDE N'EST PAS RESPECTEVOTRE REPONSE EST TROP LONGUE SOYEZ PLUS CONCIS CERTAINS TERMES DE VOTRE
REPONSE SONT TROP LONGS.SOYEZ PLUS CONCIS LE TEMPS MAXIMUM DE REPONSE EST DEPASSE.NOUS VOUS DONNONS UNE PROLONGATION
NOUS VOUS DEBRANCHONS SUR UNE SERIE DE RECYCLAGENOUS VOUS DEBRANCHONS SUR UNE SERIE PARALLELE IL N'Y A JAMAIS D'INCLUS
IONS MACROPHAGIQUES DANS UN PLASMOCYTE ON VOUS DEMANDE UNE REPONSE PAR CARACTERES INCORRECT EXACT REPONDEZ A NOUVE
AU NON LE MYELOBLASTE NE POSSEDE QUE DES GRANULATIONS PRIMAIRES NON SPECIFIQUES OU GRANULATIONS AZUROPHILES LES GRAINS S
PECIFIQUES APPARAISSENT NETTEMENT DANS LE MYELOCYTE PROLONGATION DE TEMPS REPONSE TROP LONGUE VOTRE REPONSE EST ACCEPT
ABLE MAIS N'OUBLIEZ PAS QU'IL EXISTE DES POLYNUCLEAIRES NON SEGMENTES VOTRE REPONSE EST FAUSSEVOTRE REPONSE EST JUSTE
ATTENTION A L'ORDRE REPONSE PARTIELLEMENT JUSTE NOUS ARRETONS LA LECON RELISEZ BIEN CE QUI SUITVOUS N'AVEZ PAS REPONDU
MALGRE UNE PROLONGATION DE TEMPS,VOICI LA REPONSE JUSTE LES INCLUSIONS DE MACROPHAGIE SONT TOUT A FAIT DIFFERENTES DES G
RANULATIONS DES MASTOCYTES IL N'Y A JAMAIS D'INCLUSIONS MACROPHAGIQUES DANS UN PLASMOCYTE LES ERYTHROBLASTES BASOPHILE
S QUI ONT AUSSI UN CYTOPLASME BLEU FONCE UN NOYAU ARRONDI JEUNE BEAUCOUP PLUS GROS PAR RAPPORT AU CYTOPLASMELES OSTEOCLA
STES SONT DE TAILLE PLUS ELEVEE LEUR NOYAU A UNE CHROMATINE JEUNE;LE CYTOPLASME EST BLEU PALE,MAL LIMITE ET PEUT CONTEN
IR QUELQUES FINES GRANULATIONS, INEXACT IL MANQUE ELEMENT REPONDEZ PAR OUI OU PAR NON IL N'Y A PAS DE GRAINS DANS L'HE
MOBLASTE (OU HEMOCYTOBLASTE) .L'APPARITION DES GRAINS AZUROPHILES DEFINIT LE STADE MYELOBLASTEHEMOBLASTE MYELOBLASTE ET PR
OMYELOCYTE SONT LES CELLULES JEUNES DE LA LIGNEE ET ONT UN CYTOPLASME BASOPHILE LES GRANULATIONS SPECIFIQUES DES LIGNEES
NEUTROPHILES EOSINOPHILES BASOPHILES SONT DEJA APPARUES AU STADE PRECEDENTILE MYELOCYTEELEMENTS CORRECTS SUR ATTENDUS
REPONDEZ PAR A OU B

NUMERO SEQUENTIEL	CODE	TEXTE
1	2	FAUX
2	2	ESSAYEZ A NOUVEAU
3	1	JUSTE
4	0	ATTENTION A L'ORTHOGRAPHE
13	5	LES PLASMOCYTES SONT LES SEULES CELLULES QUI ONT UNE LOINTAINE RESSEMBLANCE AVEC LES OSTEOBLASTES DE CETTE PHOTO.LES PLASMOCYTES SONT PLUS PETITS PLUS BASOPHILES ET ONT UN NOYAU MOTTE
12	1	BIEN
11	0	VOICI LA BONNE REPONSE
10	5	LES NOYAUX SONT TOUS PARFAITEMENT REGULIERS ET SEPARES LES UNS DES AUTRES LES GRANULATIONS IRREGULIERES DU CYTOPLASME SONT DIFFERENTES DE CELLES DU MEGACARYOCYTE QUE VOICI
6	5	CETTE CELLULE TRES DIFFERENTE DES CELLULES DE LA LIGNEE MEGACARYOCYTAIRE,C'EST UNE CELLULE RETICULAIRE CHARGEE DE RESTE CELLULAIRE EN VOIE DE MACROPHAGIE
28	2	LE NOMBRE D'ELEMENTS DEMANDES N'EST PAS RESPECTE
27	2	VOTRE REPONSE EST TROP LONGUE SOYEZ PLUS CONCIS
26	2	CERTAINS TERMES DE VOTRE REPONSE SONT TROP LONGS.SOYEZ PLUS CONCIS
24	0	LE TEMPS MAXIMUM DE REPONSE EST DEPASSE.NOUS VOUS DONNONS UNE PROLONGATION
22	0	NOUS VOUS DEBRANCHONS SUR UNE SERIE DE RECYCLAGE
20	0	NOUS VOUS DEBRANCHONS SUR UNE SERIE PARALLELE
17	5	IL N'Y A JAMAIS D'INCLUSIONS MACROPHAGIQUES DANS UN PLASMOCYTE
31	2	ON VOUS DEMANDE UNE REPONSE PAR CARACTERES
9	2	INCORRECT
8	1	EXACT
7	2	REPONDEZ A NOUVEAU
5	2	NON
36	5	LE MYELOBLASTE NE POSSEDE QUE DES GRANULATIONS PRIMAIRES NON SPECIFIQUES OU GRANULATIONS AZUROPHI

```
                LES LES GRAINS SPECIFIQUES APPARAISSENT NETTEMENT DANS LE MYELOCYTE
34          C   PROLONGATION DE TEMPS
35          C   REPONSE TROP LONGUE
32          4   VOTRE REPONSE EST ACCEPTABLE MAIS N'OUBLIEZ PAS QU'IL EXISTE DES POLYNUCLEAIRES NON SEGMENTES

33          2   VOTRE REPONSE EST FAUSSE
25          1   VOTRE REPONSE EST JUSTE
29          C   ATTENTION A L'ORDRE
30          2   REPONSE PARTIELLEMENT JUSTE
23          C   NOUS ARRETONS LA LECON
21          C   RELISEZ BIEN CE QUI SUIT
19          C   VOUS N'AVEZ PAS REPONDU MALGRE UNE PROLONGATION DE TEMPS.VOICI LA REPONSE JUSTE
18          5   LES INCLUSIONS DE MACROPHAGIE SONT TOUT A FAIT DIFFERENTES DES GRANULATIONS DES MASTOCYTES
17          5   IL N'Y A JAMAIS D'INCLUSIONS MACROPHAGIQUES DANS LN PLASMOCYTE
16          5   LES ERYTHROBLASTES BASOPHILES QUI ONT AUSSI UN CYTOPLASME BLEU FONCE UN NOYAU ARRONDI JEUNE BEAU
                COUP PLUS GROS PAR RAPPORT AU CYTOPLASME
15          5   LES OSTEOCLASTES SONT DE TAILLE PLUS ETENDUE LEUR NOYAU A UNE CHROMATINE JEUNE;LE CYTOPLASME EST
                 BLEU PALE,MAL LIMITE ET PEUT CONTENIR QUELQUES FINES GRANULATIONS.
14          2   INEXACT
37          6   IL MANQUE   ELEMENT
38          C   REPONDEZ PAR OUI OU PAR NON
39          5   IL N'Y A PAS DE GRAINS DANS L'HEMOBLASTE (OU HEMOCYTOBLASTE).L'APPARITION DES GRAINS AZMOPHILES
                DEFINIT LE STADE MYELOBLASTE
4C          5   HEMOBLASTE MYELOBLASTE ET PROMYELOCYTE SONT LES CELLULES JEUNES DE LA LIGNEE ET ONT UN CYTOPLASM
                E BASOPHILE
41          5   LES GRANULATIONS SPECIFIQUES DES LIGNEES NEUTROPHILES EOSINOPHILES BASOPHILES SONT DEJA APPARUES
                 AU STADE PRECEDENT:LE MYELOCYTE
42          7   ELEMENTS CORRECTS SUR   ATTENDUS
43          C
576         6   REPONDEZ PAR A OU B
 CHEMIN SUIVI DE L'ELEVE NUMERO 1
            CLAU     DINE
            TP55     IA01     2110
                ITEM    1
                ITEM    2
                ITEM    3
                ITEM    4
                ITEM    5
                ITEM    6
                ITEM    7
                ITEM    8
                ITEM    9
                ITEM   10
                ITEM   11
                ITEM   12
                ITEM   13
                ITEM   14
                ITEM   15
                ITEM   16
                ITEM   17
                ITEM   18
                ITEM   19
                ITEM   20
                ITEM   21
                ITEM   22
                ITEM   23
```

```
ITEM   24
ITEM   25
ITEM   26
ITEM   27
ITEM   28
ITEM   29
ITEM   30
ITEM   31
ITEM   32
ITEM   33
ITEM   34
ITEM   35
ITEM   36
ITEM   37
ITEM   38
ITEM   39
ITEM   40
ITEM   41
ITEM   42
ITEM   43
ITEM   44
ITEM   45
ITEM   46
ITEM   47
ITEM   48
ITEM   55
ITEM   56
REPØ    2
CØM     1
CØM     2
REPØ    3
CØM     3
CØM     4
ITEM   58
REPØ    2
CØM     1
CØM     2
REPØ    1
CØM     3
ITEM   60
REPØ    2
CØM     1
CØM     2
REPØ    4
CØM     5
CØM     6
CØM    11
ITEM   62
REPØ    2
CØM     1
CØM     7
REPØ    3
CØM     3
CØM     4
ITEM   64
ITEM   65
```

```
[illegible]   1
[illegible]   8
[illegible]  67
[illegible]   2
COM       9
COM       7
REPO      1
COM       8
ITEM     69
ITEM     70
REPO      1
COM       8
ITEM     72
ITEM     73
ITEM     74
ITEM     75
VI DE L'ELEVE NUMERO 2
[illegible]   DE
[illegible]   IA02      2110
ITEM      1
ITEM      2
ITEM      3
ITEM      4
ITEM      5
ITEM      6
ITEM      7
ITEM      8
ITEM      9
ITEM     10
ITEM     11
ITEM     12
ITEM     13
ITEM     14
ITEM     15
ITEM     16
ITEM     17
ITEM     18
ITEM     19
ITEM     20
ITEM     21
ITEM     22
ITEM     23
ITEM     24
ITEM     25
ITEM     26
ITEM     27
ITEM     28
ITEM     29
ITEM     30
ITEM     31
ITEM     32
ITEM     33
ITEM     34
ITEM     35
ITEM     36
ITEM     37
```

LISTE DES CONCEPTS ELEMENTAIRES

		N°
P	Production (ou mutation)	1
F	Filiation	2
A	Decomposition	3
$\equiv$	Equivalence	4
I	Interaction	5
INC	Inclusion	6
EX	Exclusion mutuelle	7
CO	Complémentation	8
$\ast$	Partition	9
INT	Intersection	10
G	Réduction	11
O	Ordre	12
CA	Caractérisation	13
E	Equilibre	14

Concepts

Moelle osseuse	1
Lignée cellulaire	16
Lignée granuleuse	17
Polynucléaire	18
Polynucléaire basophile	19
Monocyte	20
Eléments myéloïdes	21
Hemoblaste	22

-=-=-=-=-

Tissu ostéomédullaire	23
Peau et annexes	24
Cellules de l'os	25
Stroma réticulaire, graisseux	26
Cytoplasme	27
Cellules vasculaires	28
Cellules hématopoïetiques non myeloïdes	29
Lymphocyte	30
Plasmocyte	31
Cellule réticulaire	32
Mastrocyte	33
Noyau	34
Nucléole	35
Chromatine	36
Rapport nucléo-cytoplasmique	37
Archoplasme	38
Maturation cellulaire	39
Ostéoblaste	40
Ostéoclaste	41
Forme, aspect	42
Taille	43
Eléments cellulaires	44
Granulation	45
Cellules graisseuses lipocytes	46
Artefact	47
Activité macrophagique	48
Debris cellulaires	49
Inclusion de macrophagie	50

Vaisseau	51
Erythroblaste	52
Basophile	53
Basophile cytoplasmique	54
Fonction de sécrétion	55
Vacuole	56
Myelogramme	57
Grains pigmentaires	58
Cellules cornées	59
Erreur diagnostic difficultés	60
Megacaryocyte granuleux	61
Cellules extra myéloïdes	62
Sang	63

RELATIONS LES PLUS UTILISEES

- Produit
- Se décompose
- Est caractérisé par

C O M M E N T A I R E S

N° D'ORDRE	CODIFICATION	TEXTE
1	2	FAUX
2	2	Essayez à nouveau
3	1	JUSTE
4	0	Attention à l'orthographe
5	2	NON
6	5	Cette cellule très différente des cellules de la lignée megacaryocytaire, c'est une cellule reticulaire chargée de reste cellulaire en voie de macrophagie
7	2	Repondez à nouveau
8	1	EXACT
9	2	INCORRECT
10	5	Les noyaux sont tous parfaitement réguliers et séparés les uns des autres, les granulations irrégulières du cytoplasme sont différentes de celles du megacatyocyte que voici
11	0	Voici la bonne reponse
12	1	BIEN
13	5	Les plasmocytes sont les seules cellules qui ont une lointaine ressemblance avec les osteoblastes de cette photo. Les plasmocytes sont plus petits, plus basophiles et ont un noyau motté
14	2	INEXACT
15	5	Les osteoblastes sont de taille plus étendue, leur noyau a une chromatine jeune ;

-=-=-=-=-=-

N° D'ORDRE	CODIFICATION	TEXTE
16	5	Les erythroblastes basophiles qui ont aussi un cytoplasme bleu foncé un noyau arrondi jeune, beaucoup plus gros par rapport au cytoplasme.
17	5	Il n'y a jamais d'inclusions macrophagiques dans un plasmocyte
18	5	Les inclusions de macrophagie sont tout a fait différentes des granulations des mastocytes.
19	0	Vous n'avez pas répondu malgré une prolongation de temps. Voici la réponse juste
20	0	Nous vous débranchons sur une série parallèle
21	0	Relisez bien ce qui suit
22	0	Nous vous débranchons sur une série de recyclage.
23	0	Nous arretons la leçon
24	0	Le temps maximum de réponse est dépassé. Nous vous donnons une prolongation.
25	1	Votre réponse est juste
26	2	Certains termes de votre réponse sont trop longs. Soyez plus concis
27	2	Votre réponse est trop longue soyez plus concis.
28	2	Le nombre d'éléments demandé n'est pas respecté.
29	0	Attention à l'ordre
30	2	Réponse partiellement juste
31	2	On vous demande une réponse par caractère
32	4	Votre réponse est acceptable, mais n'oubliez pas qu'il existe des polynucleaires non segmentés.

N° D'ORDRE	CODIFICATION	TEXTE
33	2	Votre réponse est fausse
34	0	Prolongation de temps
35	0	Réponse trop longue
36	5	Le myeloblaste ne possède que des granulations primaires non spécifiques ou granulations azmophiles. Les grains spécifiques apparaissent nettement dans le myclocyte.
37	6	Il manque élément
38	0	Répondez par oui ou par non
39	5	Il n'y a pas de grains dans l'hemoblaste (ou hemocytoblaste). L'apparition des grains azmophiles définit le stade mycloblaste.
40	5	Hemoblaste myeloblaste et promyelocyte sont les cellules jeunes de la lignée et ont un cytoplasme basophile.
41	5	Les granulations spécifiques des lignées neutrophiles eosinophiles, basophiles sont déjà apparues au stade précédent : le myelocyte
42	7	ELEMENTS CORRECTS SUR ATTENDUS
43	0	Repondez par A ou B

-=-=-=-=-=-

- 1 -

NUMERO DES ITEMS	CODIFICATION
1	(15, 01, 44, 21 ; 2)
2	(16, 15, 57, 00 ; 0)
3	(15, 01, 23, 24, 0 ; 0)
4	(25, 26, 28, 29 ; 0)
5	(15, 01, 23, 60 ; 0)
6	(25, 03, 40, 41 ; 0)
7	(40, 13, 25, 57 ; 2)
8	(40, 13, 43, 37 ; 2)
9	(34, 13, 35, 36 ; 2)
10	(27, 13, 38, 45 ; 2)
11	(40, 13, 34, 27 ; 2)
12	(40, 31, 42, 00 ; 2)
13	(41, 13, 25, 57 ; 2)
14	(41, 13, 43, 42 ; 2)
15	(41, 06, 34, 35 ; 2)
16	(27, 13, 45, 00 ; 2)
17	(41, 13, 34, 61 ; 2)
18	(40, 41, 57, 00 ; 2)
19	(15, 06, 26, 46 ; 2)
20	(46, 13, 56, 00 ; 2)
21	(46, 13, 34, 36 ; 2)
22	(46, 13, 56, 34 ; 2)
23	(46, 01, 47, 57 ; 2)
24	(32, 13, 26, 01 ; 2)

-=-=-=-=-

UMERO DES ITEMS	CODIFICATION
25	(32, 13, 42, 27 ; 2)
26	(34, 13, 36, 35 ; 2)
27	(32, 13, 48, 49 ; 2)
28	(50, 01, 44, 42 ; 2)
29	(28, 13, 34, 51 ; 2)
30	(51, 10, 32, 46 ; 2)
31	(29, 30, 31, 15 ; 0)
32	(30, 15, 60, 63 ; 2)
33	(30, 15, 52, 00 ; 2)
34	(31, 13, 42, 62 ; 2)
35	(31, 13, 43, 37 ; 2)
36	(34, 13, 36, 35 ; 2)
37	(27, 13, 53, 38 ; 2)
38	(31, 13, 34, 36 ; 2)
39	(31, 13, 34, 54 ; 2)
40	(53, 52, 34, ; 2)
41	(27, 07, 55, 56 ; 2)
42	(31, 13, 42, 00 ; 2)
43	(15, 01, 33, 00 ; 2)
44	(33, 13, 42, 00 ; 2)
45	(33, 13, 43, 27 ; 2)
46	(34, 13, 42, 45 ; 2)
47	(45, 04, 33, 19 ; 2)
48	(34, 45, 33, 19 ; 2)
55	(62, 01, 62, 00 ; 2)
56	(31, 00, 00, 00 ; 2)
	RAC

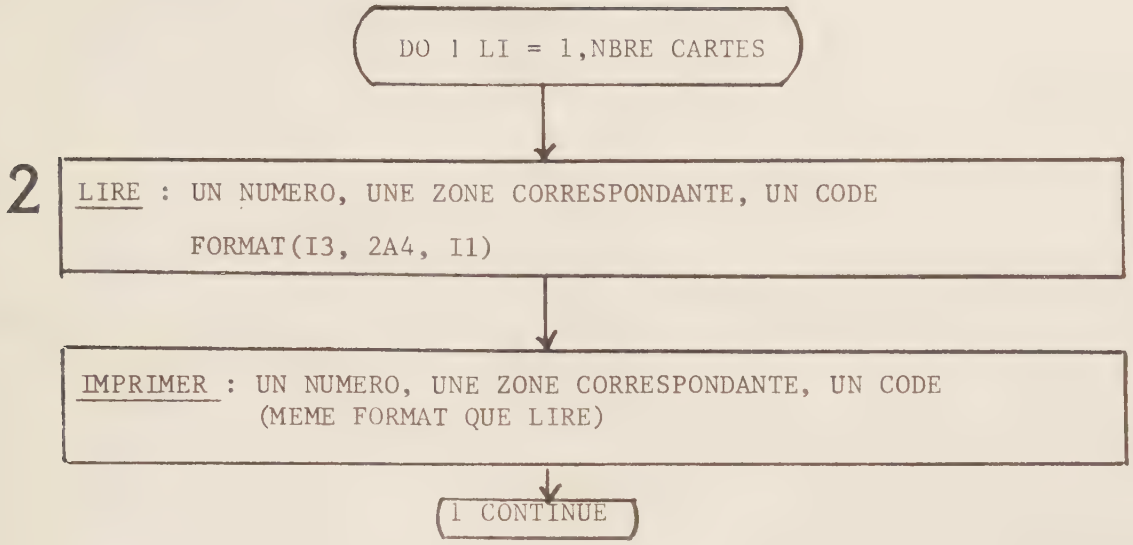
-=-=-=-=-

NUMERO DES ITEMS	CODIFICATION
58	(41, 00, 00, 00 ; 2)
	RAC
60	(32, ; 2)
	RAC
62	(30, 00, 00, 00 ; 2)
	RAC
64	(30, 01, 60, 33 ; 2)
65	(40, 00, 00, 00 ; 2)
	RAC
67	(51, 57, 00, 00 ; 2)
	RAC
69	(51, 00, 60, 00 ; 2)
70	(46, 00, 00, 00 ; 2)
	RAC
72	(57, 01, 24, 47 ; 2)
73	(24, 42, 00, 00 ; 2)
74	(24, 42, 00, 00 ; 2)
75	(24, 13, 43, 58 ; 2)
76	(24, 01, 59, 27 ; 2)

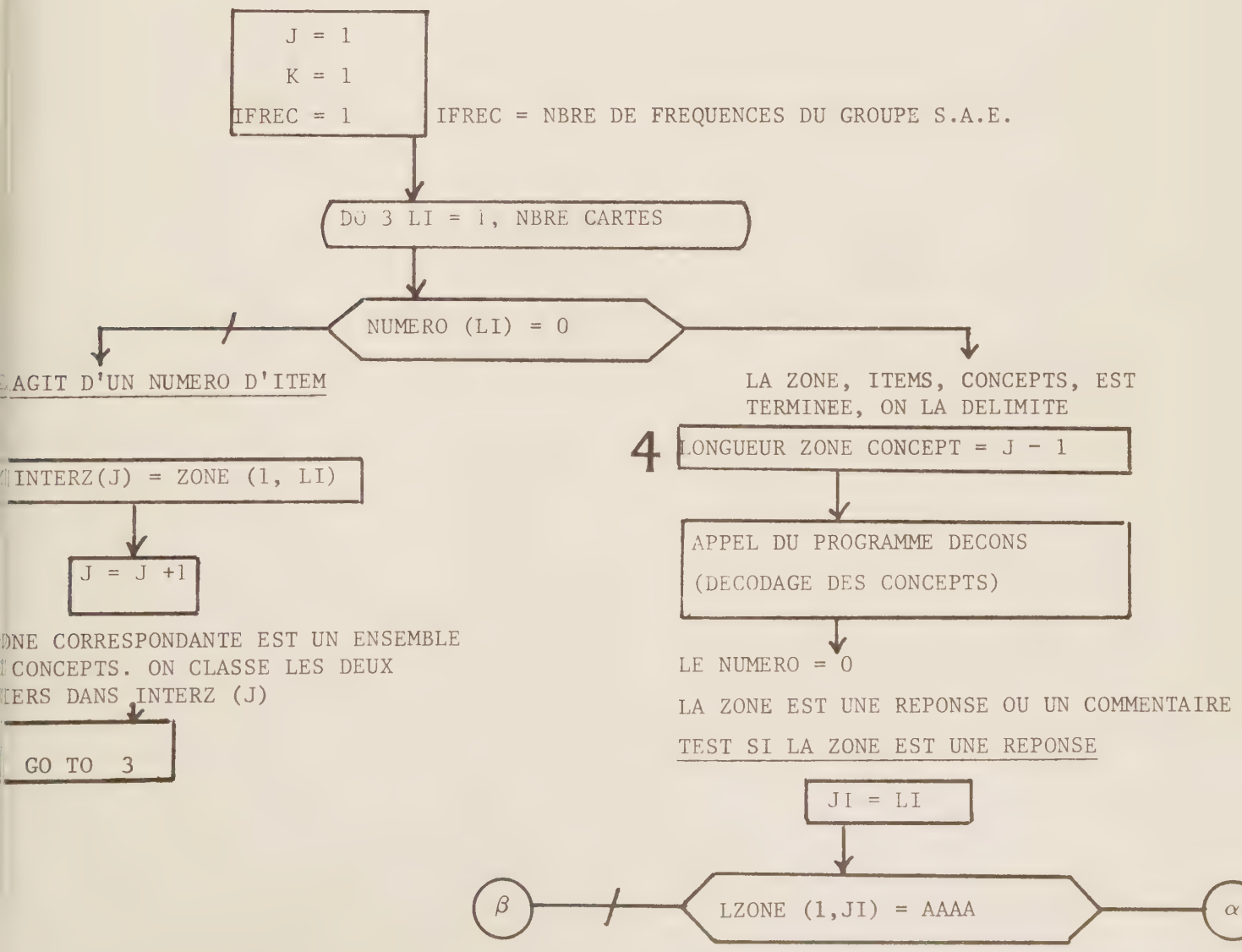
-=-=-=-=-

LECTURE ET IMPRESSION DES DONNEES

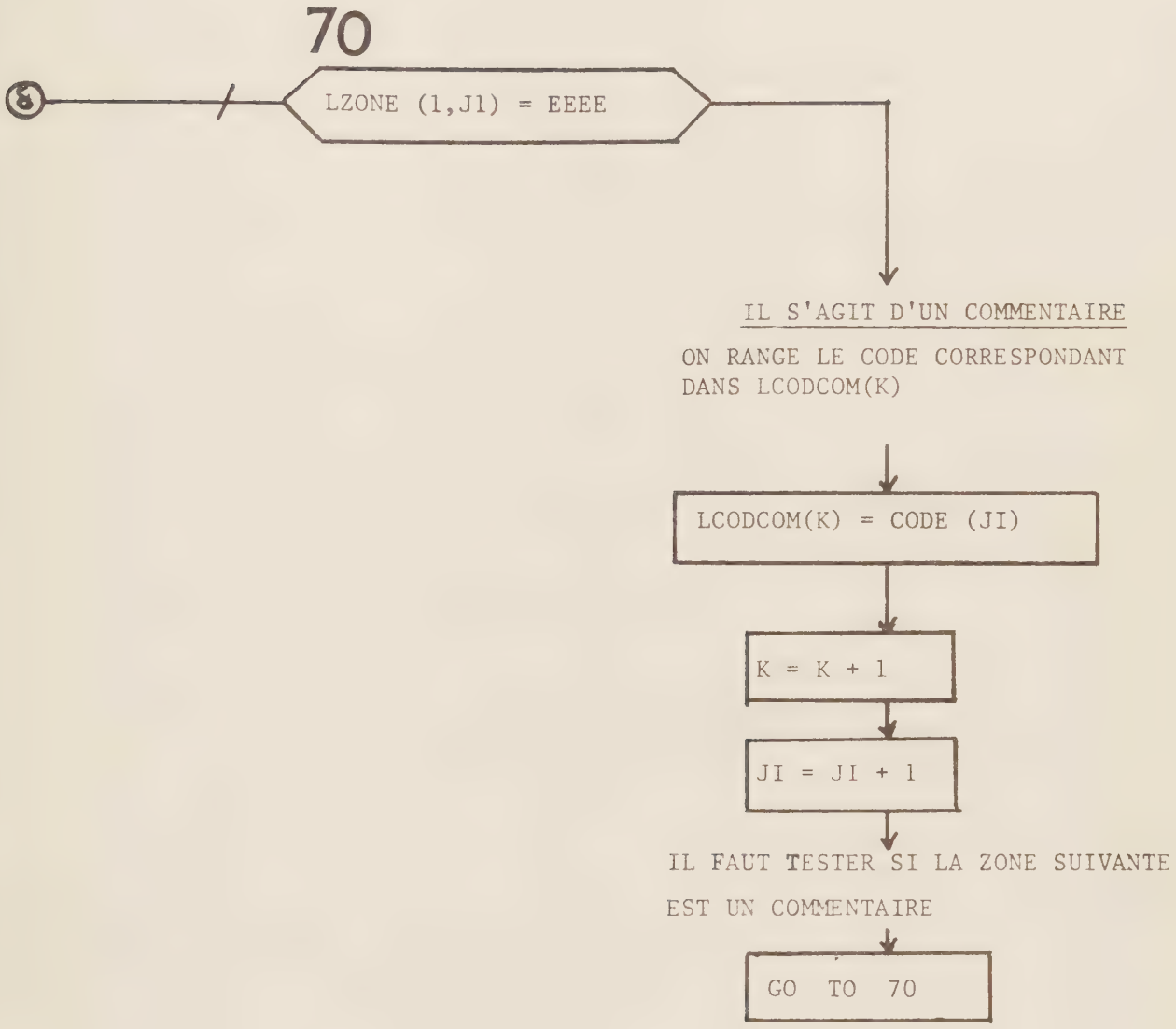
ORGANIGRAMME DU PROGRAMME COMPRESSION



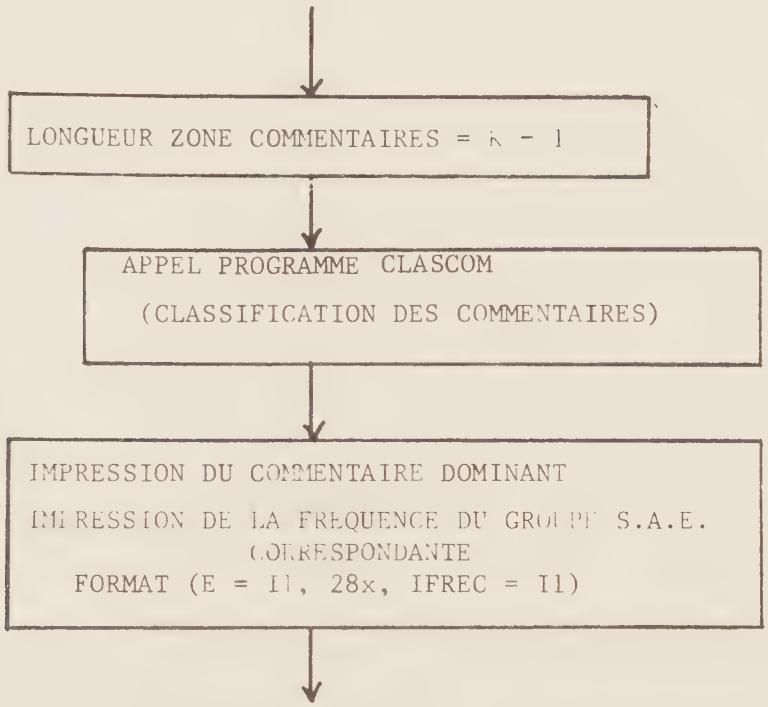
DEBUT . INITIALISATION



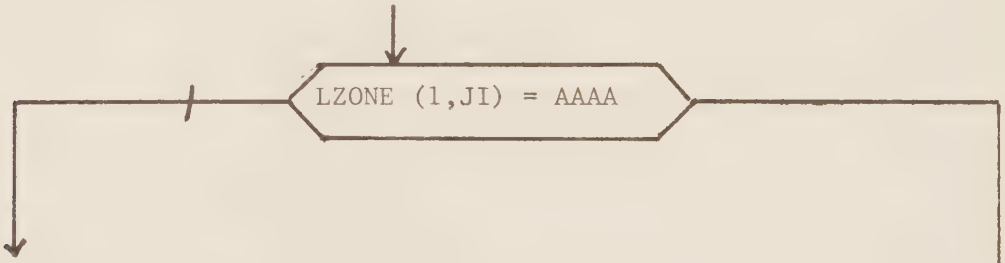
TEST SI LA ZONE EST UN COMMENTAIRE



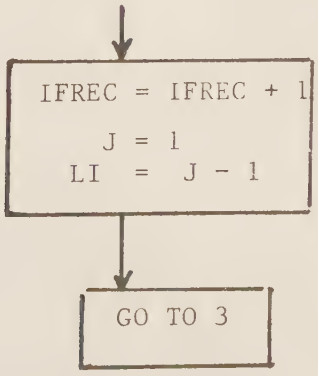
LISTE DES COMMENTAIRES EPUISEE. ON DELIMITE CETTE LISTE



TEST SI LA ZONE SUIVANTE EST UNE REPONSE

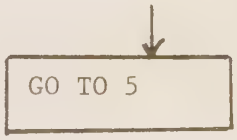


SEQUENCE S A E TERMINEE.
ON RETOURNE AU DEBUT POUR L'ETUDE D'UNE NOUVELLE ZONE CONCEPTS.
INITIALISATION DES INDICES DES MEMOIRES DE TRAVAIL



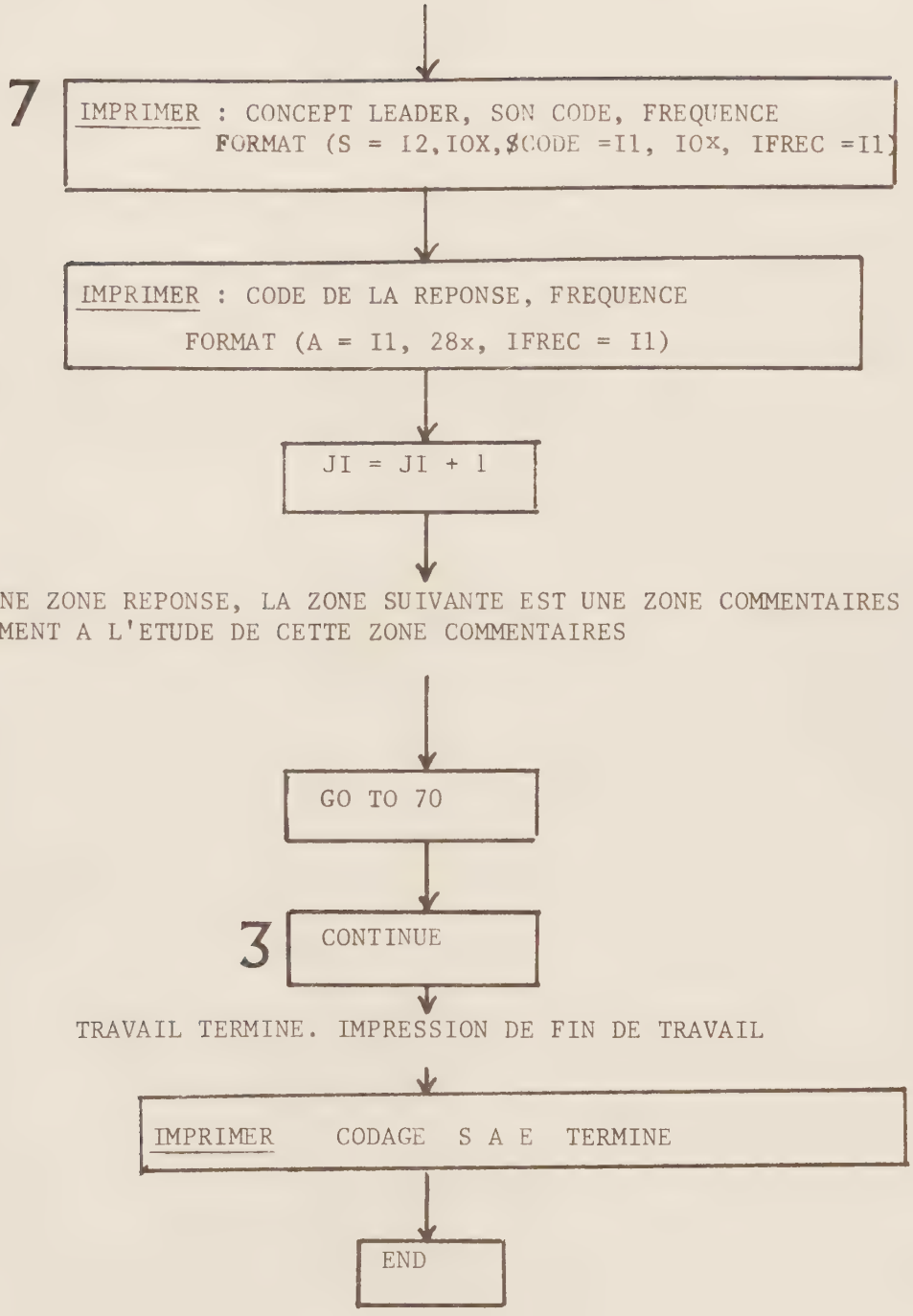
90

APRES UNE LISTE DE COMMENTAIRES,
LA ZONE SUIVANTE EST UNE REPONSE
ON IMPRIME - LE CONCEPT LEADER
- SON CODE
- LA FREQUENCE
ON IMPRIME - LE CODE DE LA REPONSE
- LA FREQUENCE



5

LA ZONE EST UNE REPONSE



APRES UNE ZONE REPONSE, LA ZONE SUIVANTE EST UNE ZONE COMMENTAIRES
BRANCHEMENT A L'ETUDE DE CETTE ZONE COMMENTAIRES

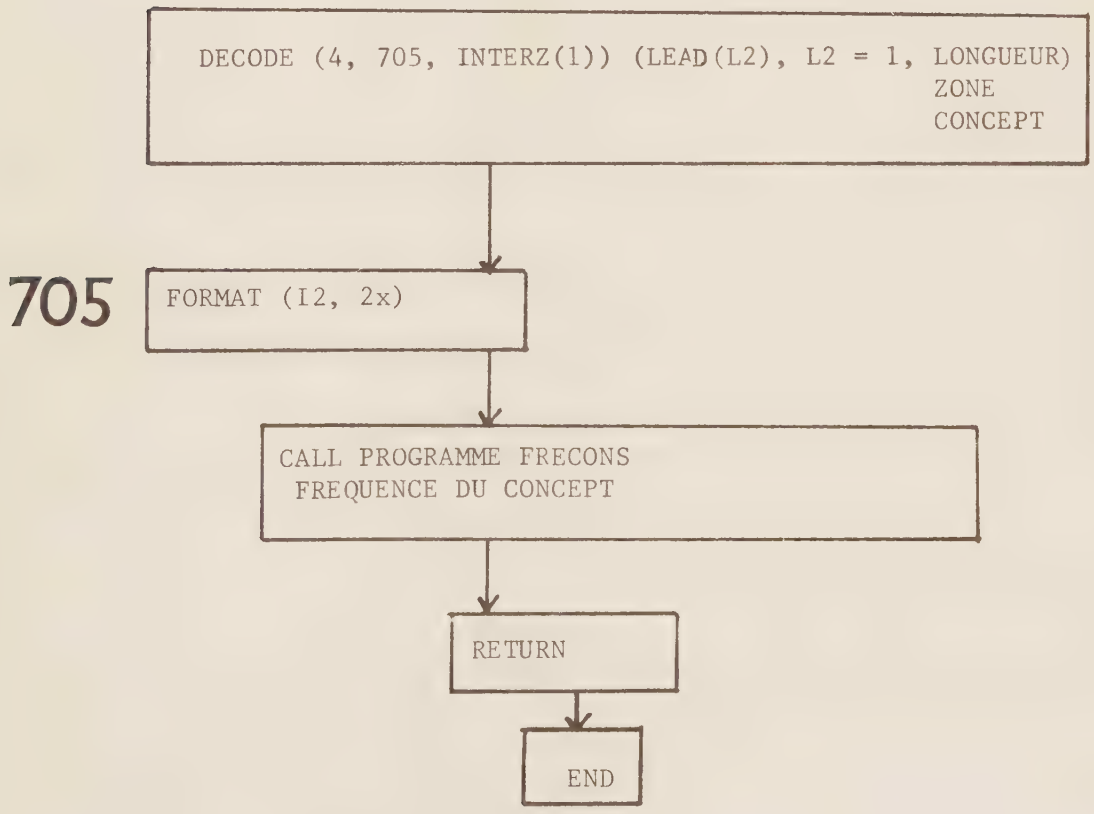
TRAVAIL TERMINE. IMPRESSION DE FIN DE TRAVAIL

SOUS-PROGRAMME DECONS

DECODAGE DES CONCEPTS

DANS INTERZ (J) SONT RANGES DEUX CONCEPTS.
OR ON S'INTERESSE QU'AU PREMIER DES DEUX.

POUR ISOLER LE PREMIER CONCEPT, ON UTILISE L'INSTRUCTION FORTRAN "DECODE"
L'INSTRUCTION DECODE ISOLERA LE PREMIER CONCEPT DE INTERZ(J), ET LE
RANGERA DANS UNE ZONE APPELEE LEAD



SOUS-PROGRAMME FRECO
Fréquence des Concepts

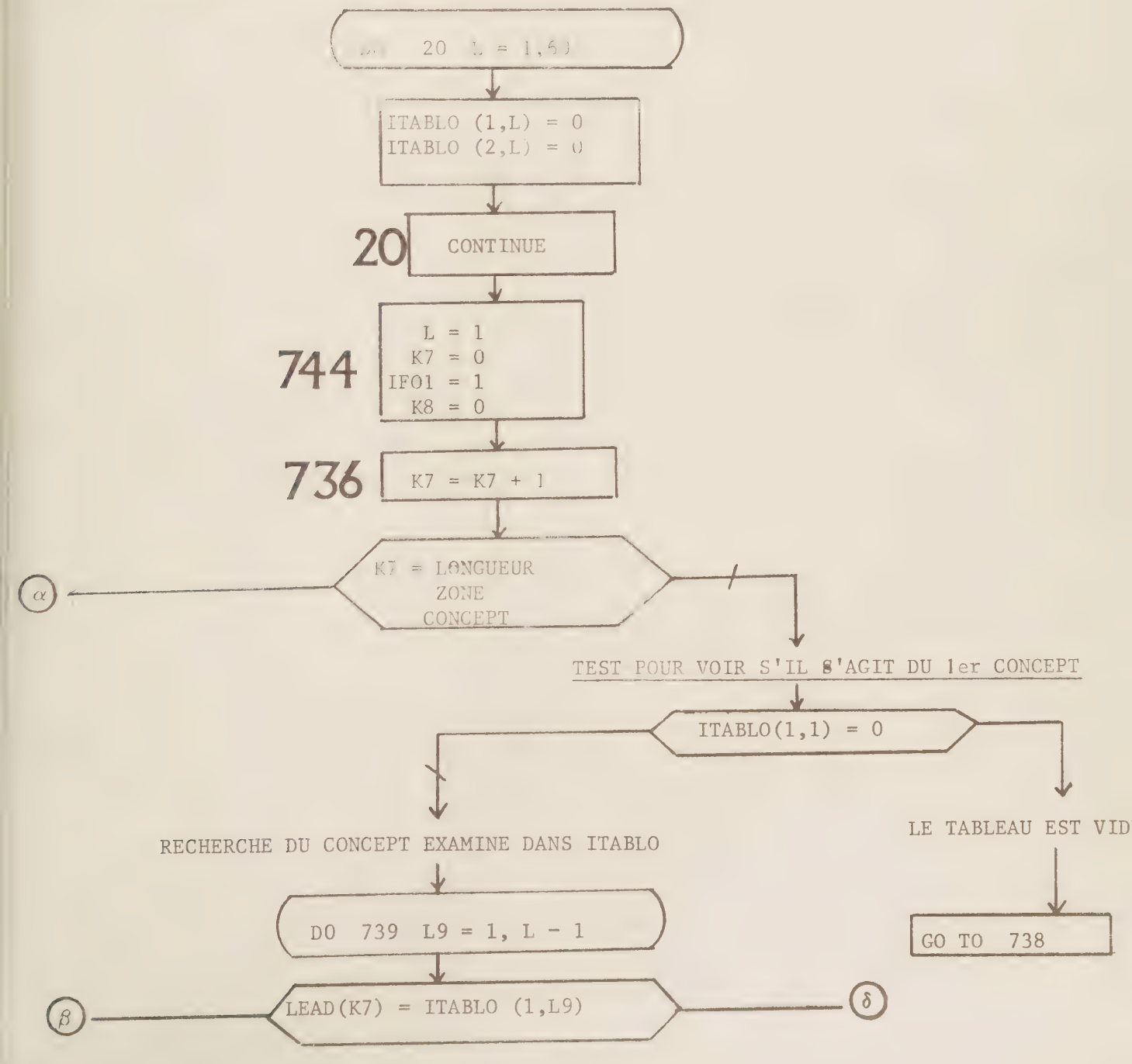
PARAMETRES D'ENTREE

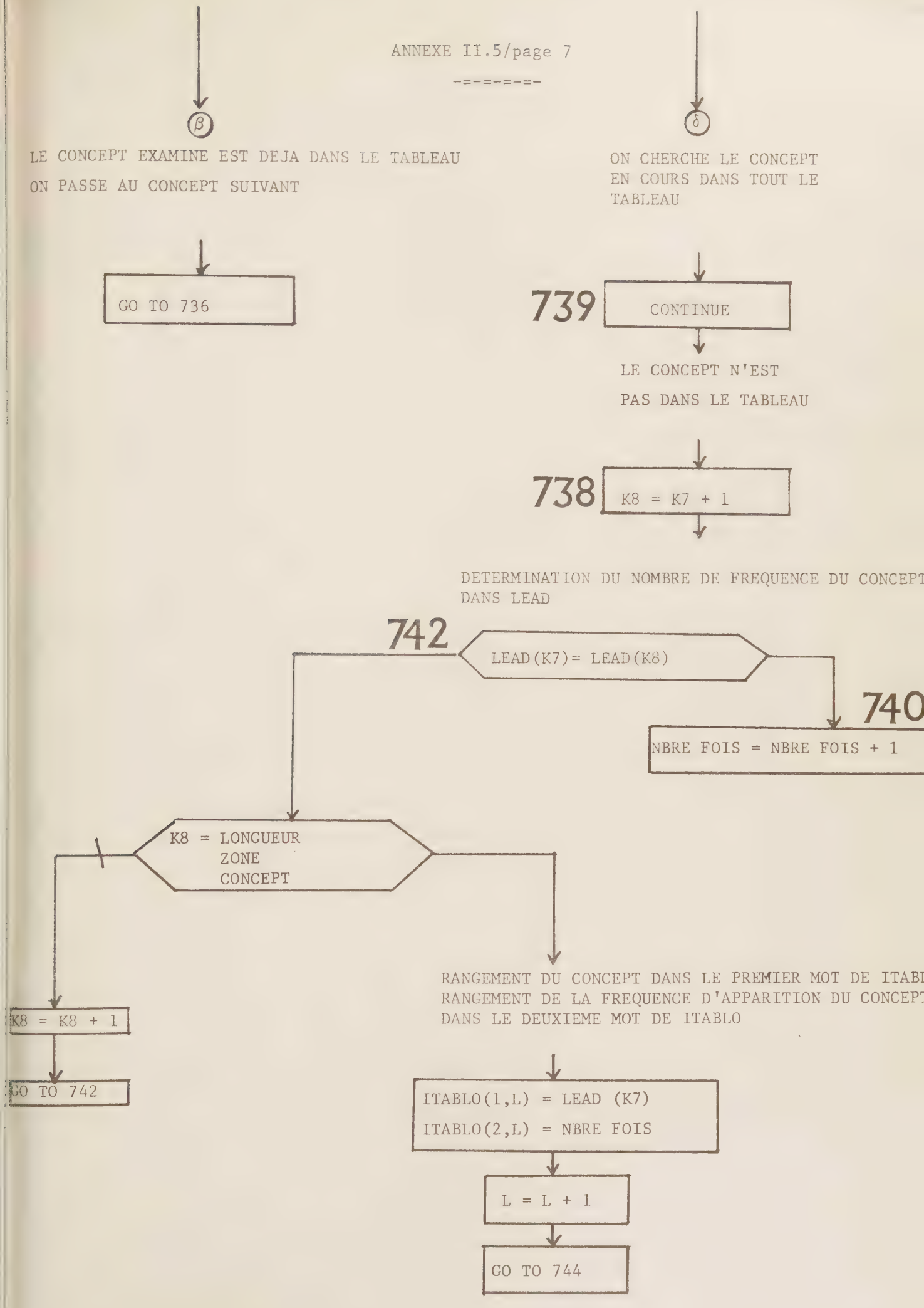
LE VECTEUR LEAD (L2) COMPREND UNE SERIE DE CONCEPTS

PARAMETRES DE SORTIE

UN TABLEAU (2,L) QUI COMPREND EN PREMIER MOT LE CONCEPT,
ET EN DEUXIEME MOT SA FREQUENCE D'APPARITION DANS LEAD.

DEBUT. INITIALISATION




β
LE CONCEPT EXAMINE EST DEJA DANS LE TABLEAU
ON PASSE AU CONCEPT SUIVANT
δ
ON CHERCHE LE CONCEPT EN COURS DANS TOUT LE TABLEAU
GO TO 736
739
CONTINUE
LE CONCEPT N'EST PAS DANS LE TABLEAU
738
K8 = K7 + 1
DETERMINATION DU NOMBRE DE FREQUENCE DU CONCEPT DANS LEAD
742
LEAD(K7)= LEAD(K8)
740
NBRE FOIS = NBRE FOIS + 1
K8 = LONGUEUR ZONE CONCEPT
K8 = K8 + 1
GO TO 742
RANGEMENT DU CONCEPT DANS LE PREMIER MOT DE ITABL
RANGEMENT DE LA FREQUENCE D'APPARITION DU CONCEPT
DANS LE DEUXIEME MOT DE ITABLO
ITABLO(1,L) = LEAD (K7)
ITABLO(2,L) = NBRE FOIS
L = L + 1
GO TO 744

737

α

LE CONCEPT EXAMINE EST LE DERNIER DE VECTEUR LEAD

RECHERCHE DU DERNIER CONCEPT DANS ITABLO

DO 745 L9 = 1, L - 1

LEAD(K7) = ITABLO (1,L9)

LE DERNIER CONCEPT EST DEJA DA
LE TABLEAU

CALCUL DE LA DIMENSION DU TABL

745 CONTINUE

746

LDIMTAB = L - 1

LE DERNEIR CONCEPT N'EST PAS DANS LE TABLEAU
ON L'Y RANGE

ITABLO(1,L) = LEAD(K7)

ITABLO(2,L) = NBRE FOIS

CALCUL DE LA DIMENSION DU TABLEAU

LDIMTAB = L

APPEL DU PROGRAMME PLUGRAN

DERTEMINATION DE LA FREQUENCE LA PLUS GRANDE

RETURN

END

SOUS-PROGRAMME PLUGRAN

RECHERCHE DU CONCEPT DONT LA FREQUENCE EST LA PLUS GRANDE

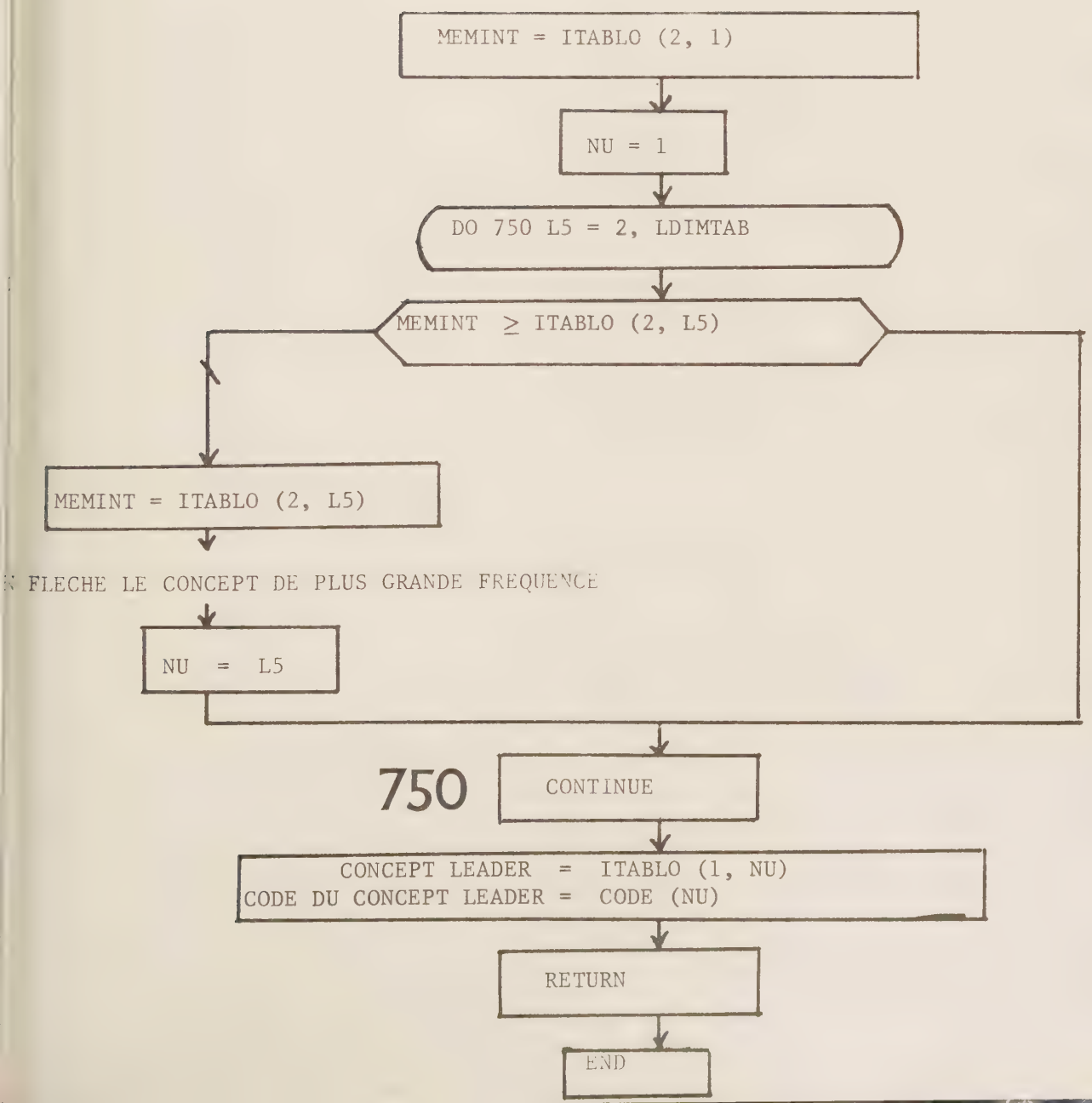
PARAMETRE D'ENTREE

LE TABLEAU ITABLO (2,L) CONTENANT LES CONCEPTS EN PREMIER MOT
LEUR FREQUENCE D'APPARITION RESPECTIVE EN DEUXIEME MOT

PARAMETRE DE SORTIE

LE CONCEPT LEADER C'EST A DIRE LE CONCEPT QUI APPARAIT
LE PLUS SOUVENT DANS UNE ZONE D'ITEMS

MEMINT EST LA MEMOIRE INTERMEDIAIRE DANS LAQUELLE ON MET LA PLUS GRANDE FREQUENCE



SOUS-PROGRAMME CLASCOM

CLASSIFICATION DES COMMENTAIRES

PARAMETRES D'ENTREE

LA ZONE LCODCOM(I) COMPRENANT LES CODES DES COMMENTAIRES EXAMINES

PARAMETRES DE SORTIE

LE COMMENTAIRE PRIORITAIRE SATISFAISANT L'EQUATION SUIVANTE
COMMENTAIRE PRIORITAIRE = 3*BETA + GAMMA
où BETA = 1, 2 ou 0
GAMMA = LE PLUS GRAND NOMBRE RESULTANT

CALCUL DU BETA

DO 1 I = 1, LONGUEUR ZONE COMMENTAIRES

IBETA(I) = LCODCOM(I)/3

CALCUL DU GAMMA

LCAMA(I) = LCODCOM(I) - 3 * IBETA(I)

1 CONTINUE

DETERMINATION DU BETA DE PLUS GRANDE PRIORITE

DO 2 I = 1, LONGUEUR ZONE COMMENTAIRES

IBETA(I) = 1

2 CONTINUE

DO 3 I = 1, LONGUEUR ZONE COMMENTAIRES

IBETA(I) = 2

3 CONTINUE

DO 4 I = 1, LONGUEUR ZONE COMMENTAIRES

IBETA(I) = 0

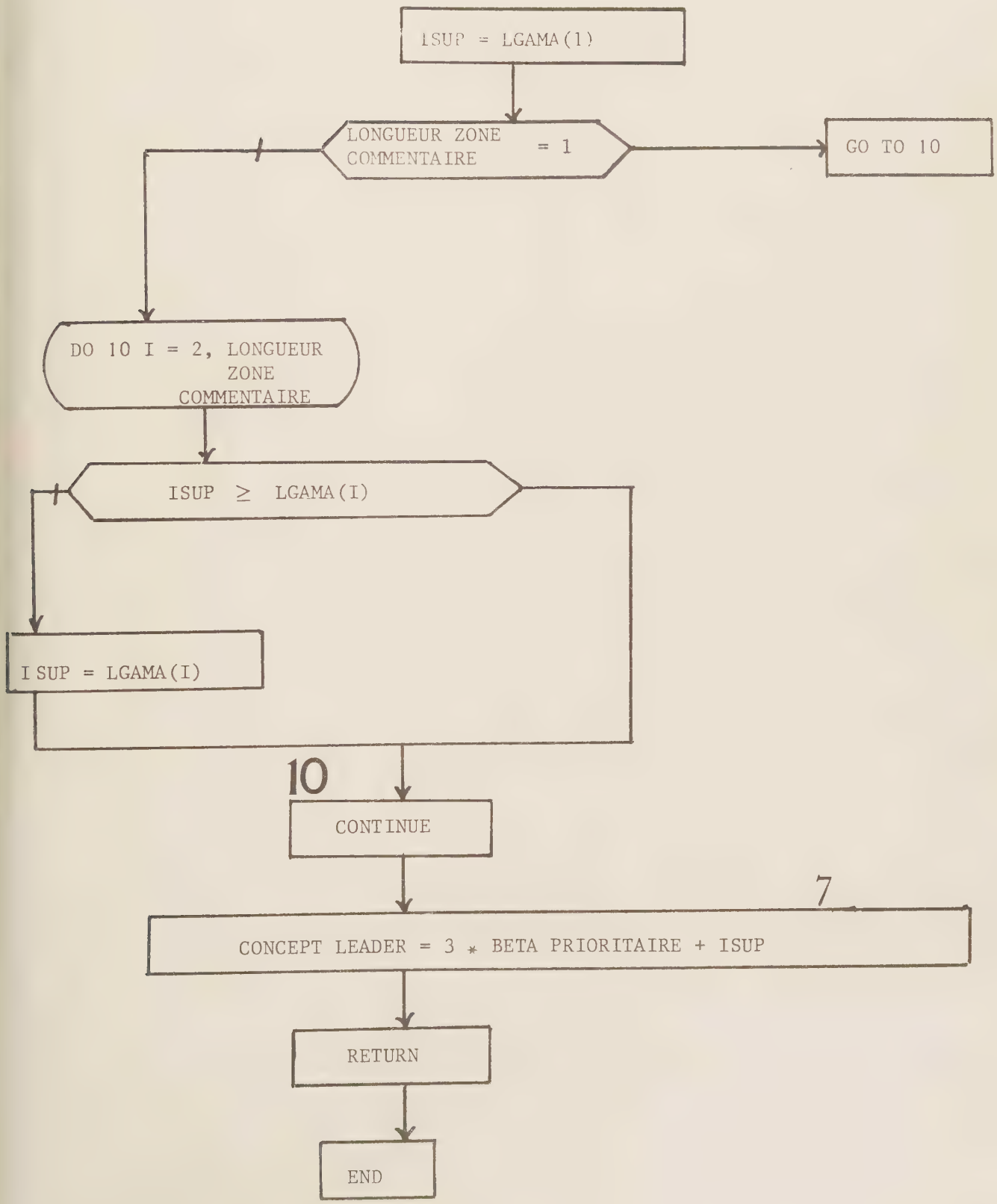
4 CONTINUE

IMPRESSION ERREUR
IBETA N'EST NI EGAL A 1, NI A 2 NI A 0

16 LE BETA PRIORITAIRE = IBETA (I)

α

DETERMINATION DU PLUS GRAND GAMMA DE LA ZONE LGAMA
ISUP EST LA MEMOIRE INTERMEDIAIRE OU EST RANGEE LE
PLUS GRAND DES GAMMAS.



```
AJOB DENIS,C219,1CC,1CC

* NO DATE *

AFORTRAN LS,GO                                                   AE-1
C                     PROGRAMME COMPRESSION
      DATA IANS,LCOMEN/4HAAAA,4HEEEE/
      INTEGER BLANC
      DATA BLANC/4H    /
      COMMON INTERZ(6C),J,LOGCEF,LEAC(6C),ITABLO(2,60),LDIMTAB,LCODLID
      COMMON LCOD(3CC),ICODLID,LCODCOM(5),LOCO,IB
      DIMENSION LZONE(2,3CC),NURO(3CC)
      DO 1 LI=1,3CC
      READ 2,NURO(LI),(LZONE(M,LI),M=1,2),LCOD(LI)
    2 FORMAT(I3,2A4,I1)
      IF(LZONE(1,LI).EQ.BLANC) GO TO 15
      PRINT 2,NURO(LI),(LZONE(M,LI),M=1,2),LCOD(LI)
    1 CONTINUE
   15 FINZO=LI-1
      IFREC=1
      K=1
      J=1
      DO 3 LI=1,FINZO
      IF(NURO(LI).EQ.0)GO TO 4
      INTERZ(J)=LZONE(1,LI)
      J=J+1
      GO TO 3
    4 LOGCEF=J-1
      CALL RECONS
      JI=LI
      IF(LZONE(1,JI).EQ.IANS) GO TO 5
   7C IF(LZONE(1,JI).EQ.LCOMEN) GO TO 6
      LOCO=K-1
      K=1
      CALL CLASCOM
      PRINT 9,IB,IFREC
    9 FORMAT(2CX,$E= $,I1,28X,I2//)
      IF(LZONE(1,JI).EQ.IANS) GO TO 9C
      IF(LZONE(1,JI).EQ.BLANC) GO TO 30
      IFREC=IFREC+1
      J=1
      LI=JI-1
      GO TO 3
   9C IFREC=IFREC+1
      GO TO 5
    6 LCODCOM(K)=LCOD(JI)
      K=K+1
      JI=JI+1
      GO TO 7C
    5 PRINT 7,LCODLID,ICODLID,IFREC
    7 FORMAT(2CX,$S= $,I2,1CX,$CODE= $,I1,1CX,I2)
      PRINT 8,LCOD(JI),IFREC
    8 FORMAT(2CX,$A= $,I1,28X,I2)
      JI=JI+1
      GO TO 7C
    3 CONTINUE
   3C PRINT 31
   31 FORMAT(3CX,$CODAGE S A E TERMINE$)
      END
```

PROGRAMME COMPRESSION

```
    1:        SUBROUTINE DECODS
    2:        COMMON INTERZ(60),...,LOGCEP,LEAD(60),ITABLO(2,60),LDIMTAB,LCODLID
    3:        COMMON LCOD(300),ICODLID,LCODCOM(5),LOCO,IB
    4:        DECODE(4,705,INTERZ(1)) (LEAD(L2),L2=1,LOGCEP)
    5:    705 FORMAT(I2,2X)
    6:        CALL FRECODS
    7:        RETURN
    8:        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELLED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 DECODS
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 $SETUPC          00005 $DECODE          00013 $IODATUM         00021 $ENDIOL          00025 FRECODS
```

```
    1:        SUBROUTINE FRECONS
    2:        COMMON INTERZ(60),L,LOGCEP,LEAD(60),ITABLO(2,60),LDIMTAB,LCOCLID
    3:        COMMON LCOD(300),ICOCLID,LCODCOM(5),LOCO,I8
    4:        DO 20 L=1,60
    5:        ITABLO(1,L)=0
    6:        ITABLO(2,L)=0
    7:     20 CONTINUE
    8:        L=1
    9:        K7=0
   10: 744    IFOI=1
   11:        K8=0
   12: 736    K7=K7+1
   13:        IF(K7.EQ.LOGCEP)GO TO 737
   14:        IF(ITABLO(1,1).EQ.0)GO TO 738
   15:        DO 739 L9=1,L-1
   16:        IF(LEAD(K7).EQ.ITABLO(1,L9)) GO TO 736
   17: 739    CONTINUE
   18: 738    K8=K7+1
   19: 742    IF(LEAD(K7).EQ.LEAD(K8)) GO TO 740
   20: 743    IF(K8.EQ.LOGCEP) GO TO 741
   21:        K8=K8+1
   22:        GO TO 742
   23: 740    IFOI=IFOI+1
   24:        GO TO 743
   25: 741    ITABLO(1,L)=LEAD(K7)
   26:        ITABLO(2,L)=IFOI
   27:        L=L+1
   28:        GO TO 744
   29: 737    DO 745 L9=1,L-1
   30:        IF(LEAD(K7).EQ.ITABLO(1,L9)) GO TO 746
   31: 745    CONTINUE
   32:        ITABLO(1,L)=LEAD(K7)
   33:        ITABLO(2,L)=IFOI
   34:        LDIMTAB=L
   35:        GO TO 747
   36: 746    LDIMTAB=L-1
   37:   747 CALL PLUGRAN
   38:        RETURN
   39:        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
COOOO FRECONS
***EXTERNAL REFERENCES***
COOO1 OSETUPC         CO134 OIDOSET         CO176 PLUGRAN
```

```
    1:        SUBROUTINE PLUGRAN
    2:        COMMON INTERZ(60),L,LOGCEP,LEAD(60),ITABLO(2,60),LDIMTAB,LCODLID
    3:        COMMON LCOD(300),ICODLID,LCODCOM(5),LOCO,IB
    4:        MEMINT=ITABLO(2,1)
    5:        NL=1
    6:        DO 750 L5=2,LDIMTAB
    7:        IF(MEMINT.GE.ITABLO(2,L5)) GO TO 750
    8:        MEMINT=ITABLO(2,L5)
    9:        NL=L5
   10: 750    CONTINUE
   11:        LCODLID=ITABLO(1,NL)
   12:        ICODLID=LCOD(NL)
   13:        RETURN
   14:        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
CCOCC PLUGRAN
***EXTERNAL REFERENCES***
CCOC1 SSETUPC          CCC13 SIDBSET
```

```
    1:        SUBROUTINE CLASCOM
    2:        COMMON INTERZ(6C),C,LOGCEP,LEAD(6C),ITABLO(2,6C),LDIMTAB,LCODLID
    3:        COMMON LCOD(3CC),ICODLID,LCODCOM(5),LOCO,IB
    4:        DIMENSION IBETA(5),LGAMA(5)
    5:        DO 1 I=1,LOCO
    6:        IBETA(I)=LCODCOM(I)/3
    7:        LGAMA(I)=LCODCOM(I)-3*IBETA(I)
    8:      1 CONTINUE
    9:        DO 2 I=1,LOCO
   10:        IF(IBETA(I).EQ.1) GO TO 16
   11:      2 CONTINUE
   12:        DO 3 I=1,LOCO
   13:        IF(IBETA(I).EQ.2) GO TO 16
   14:      3 CONTINUE
   15:        DO 4 I=1,LOCO
   16:        IF(IBETA(I).EQ.C) GO TO 16
   17:      4 CONTINUE
   18:        PRINT 5
   19:      5 FORMAT(10X,$IBETA EST DIFFERENT DE 1 2 0$)
   20:     16 I=IBETA(I)
   21:        ISUP=LGAMA(1)
   22:        IF(LOCO.EQ.1) GO TO 7
   23:        DO 10 I=2,LOCO
   24:        IF(ISUP.GE.LGAMA(I)) GO TO 10
   25:        ISUP=LGAMA(I)
   26:     10 CONTINUE
   27:      7 IB=3*NC+ISUP
   28:        RETURN
   29:        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 CLASCOM
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 $SETUPC          00141 $IDOSET          00111 $BCDWRIT         00112 $ENDIOL
```

```
$JOB DONID,0219,100,200

* NO DATE *
```

-=-=-=-=-

PROGRAMME GENERAL D'APPEL D'ANALYSES

AE-1

```
$FORTRAN GO,LS
      COMMON  IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      COMMON  IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),IX1(300)
      COMMON  IX2(300),IX3(300),NEL,NOST,NDON,NDON1,NDON2,NDON3
      DATA IXX,ISS,IAA,IEE/1HX,1HS,1HA,1HE/
C     ON COMMENCE PAR LIRE LE NOMBRE D'ELEVES,PUIS LES DONNEES RELATIVES
C     A CHACUN D'ENTRE EUX
      READ 1,NEL
      READ 1,NOST,NDON
    1 FORMAT  (16(I2,I3))
C     NEL=NOMBRE D'ELEVES,NOST=NUMERO DE L'ELEVE EN COURS D'ANALYSE
C     NDON=NOMBRE DE DONNEES RELATIVES A CET ELEVE
      NCAR=NDON/16
      NRES=NDON-(NCAR*16)
      IF (NCAR.EQ.0) GO TO 100
      DO 3  I=1,NCAR
      J=16*(I-1)
    3 READ 1, (IS(J+K,1),IS(J+K,2),K=1,16)
  100 J=16*NCAR
      READ 1,(IS(J+K,1),IS(J+K,2),K=1,NRES)
      IF (NCAR.EQ.0) GO TO 101
      DO 4  I=1,NCAR
      J=16*(I-1)
    4 READ 1,(IA(J+K,1),IA(J+K,2),K=1,16)
  101 J=16*NCAR
      READ 1,(IA(J+K,1),IA(J+K,2),K=1,NRES)
      IF  (NCAR.EQ.0) GO TO 102
      DO 5  I=1,NCAR
      J=16*(I-1)
    5 READ 1,(IE(J+K,1),IE(J+K,2),K=1,16)
  102 J=16*NCAR
      READ 1,(IE(J+K,1),IE(J+K,2),K=1,NRES)
      PRINT 6,NOST
    6 FORMAT(//,10X,*DONNEES D'APPRENTISSAGE RELATIVES A L'ELEVE NUMERO*,
     1I3,/10X,1HS,25X,1HA,25X,1HE,25X,1HT,//)
      DO 7  I=1,NDON
    7 PRINT 8, IS(I,1),IS(I,2),IA(I,1),IA(I,2),IE(I,1),IE(I,2)
    8 FORMAT (10X,I2,75X,I3,/ 36X,I2,50X,I3,/ 62X,I2,25X,I3)
      NDON1=NDON
      NDON2=NDON
      NDON3=NDON
      DO 9  I=1,NDON
      DO 9  J=1,2
      IS1(I,J)=IS(I,J)
      IS2(I,J)=IS(I,J)
      IA1(I,J)=IA(I,J)
      IA2(I,J)=IA(I,J)
      IE1(I,J)=IE(I,J)
      IE2(I,J)=IE(I,J)
    9 CONTINUE
C     A PARTIR DES FICHIERS S,A,E ON CREE LES FICHIERS DE TRAVAIL
C     S1,A1,E1 ET S2,A2,E2 QUI SERONT RESPECTIVEMENT LES FICHIERS
C     D'ENTREE ET DE SORTIE DE TOUTES LES SUBROUTINES
      CALL SFERC
      I=50
```

```
      CALL SEL1(ISS,I)
      I=50
      CALL SEL1(IAA,I)
      I=50
      CALL SEL1(IEE,I)
      I=100
      CALL SEL1(Ixx,I)
      CALL REC9F
      I=50
      CALL SEL2(ISS,I)
      I=50
      CALL SEL2(IAA,I)
      I=50
      CALL SEL2(IEE,I)
      I=100
      CALL SEL2(Ixx,I)
      CALL REC9F
      I=10
      NSIGN=1
      CALL SEL3(ISS,I,NSIGN)
      CALL REC9F
      I=60
      NSIGN=4
      CALL SEL3(ISS,I,NSIGN)
      CALL REC9F
C     LE FICHIER S1 NE CONTIENT PLUS QUE LES DONNEES DU DEPART DU NUMERO
C     10 AU NUMERO 200 ET DONT LA VALEUR EST COMPRISE ENTRE 10 ET 59
      I=4
      NSIGN=3
      CALL SEL3(IAA,I,NSIGN)
      CALL REC9F
      I=1
      NSIGN=2
      CALL SEL3(IEE,I,NSIGN)
      CALL REC9F
      CALL MOMENTS
      CALL HIST(ISS)
      CALL HIST(IAA)
      CALL HIST(IEE)
      CALL HIST(Ixx)
      CALL DIST(ISS)
      CALL DIST(IAA)
      CALL DIST(IEE)
      CALL DIST(Ixx)
      CALL DENS(ISS)
      CALL DENS(IAA)
      CALL DENS(IEE)
      CALL DENS(Ixx)
      CALL REG1(ISS)
      CALL REG1(IAA)
      CALL REG1(IEE)
      CALL EXTR(ISS)
      CALL EXTR(IAA)
      CALL EXTR(IEE)
      CALL EXTR(Ixx)
      K=5
```

SEL1

```
      SUBROUTINE SEL1(L,I)
      COMMON  IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      COMMON  IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),IX1(300)
      COMMON IX2(300),IX3(300),NEL,NBST,ND0N,ND0N1,ND0N2,ND0N3
      DATA IXX,ISS,IAA,IEE/1HX,1HS,1HA,1HE/
      IF (I.LE.0) GO TO 8
      IF (I.GT.ND0N) GO TO 8
      IF (L.EQ.IXX) GO TO 10
      IF (L.EQ.ISS) GO TO 10
      IF (L.EQ.IAA) GO TO 10
      IF (L.EQ.IEE) GO TO 10
      GO TO 8
   10 DO 2 J=I+1,ND0N
      IF (L.EQ.IXX) GO TO 3
      IF (L.EQ.ISS) GO TO 3
      IF (L.EQ.IAA) GO TO 4
      IF (L.EQ.IEE) GO TO 5
      GO TO 2
    3 IS2(J-I,1)=IS1(J,1)
      IS2(J-I,2)=IS1(J,2)
      IF (L.EQ.IXX) GO TO 4
      GO TO 2
    4 IA2(J-I,1)=IA1(J,1)
      IA2(J-I,2)=IA1(J,2)
      IF (L.EQ.IXX) GO TO 5
      GO TO 2
    5 IE2(J-I,1)=IE1(J,1)
      IE2(J-I,2)=IE1(J,2)
    2 CONTINUE
      IF (L.EQ.IXX) GO TO 40
      IF (L.NE.ISS)  GO TO 15
   40 J1=ND0N-I+1
      DO 11 J2=J1,ND0N
      IS2(J2,1)=0
   11 IS2(J2,2)=0
      ND0N1=ND0N-1
      IF (L.EQ.IXX) GO TO 41
      GO TO 30
   15 IF (L.NE.IAA) GO TO 16
   41 J1=ND0N-I+1
      DO 12 J2=J1,ND0N
      IA2(J2,1)=0
   12 IA2(J2,2)=0
      ND0N2=ND0N-I
      IF (L.EQ.IXX) GO TO 16
      GO TO 30
   16 J1=ND0N-I+1
      DO 13 J2=J1,ND0N
      IE2(J2,1)=0
   13 IE2(J2,2)=0
      ND0N3=ND0N-I
      IF (L.NE.IXX) GO TO 30
      PRINT 141,I
  141 FORMAT (1HX,'ON SUPPRIME SUR LES TROIS FICHIERS S,A,E LES ',I3,'
     1PREMIERES DONNEES',//)
```

```
      GO TO 2C
   3C PRINT 17,L,I
   17 FORMAT (1CX,*ON SUPPRIME SUR LE FICHIER $,A1,$TOUTES LES DONNEES
     1JUSQU A LA $,I3,$EME$,//)
      IF [illegible] GO TO 2C
      IF (L.EQ.IAA) GO TO 21
      IF (L.EQ.IEE) GO TO 22
      GO TO 9
   2C PRINT 19,ISS,ISS
   19 FORMAT [illegible] AVANT SELECTION$,8X,$T AVANT SELEC[illegible]
     1$ APRES SELECTION$,5X,$T APRES SELECTION$,/)
      DO 23 J=1,NCON
      [illegible]
   23 CONTINUE
      [illegible]
      IF (L.EQ.IXX) GO TO 21
      GO TO 8
   21 PRINT 19,IAA,IAA
      [illegible]
      [illegible]
   25 CONTINUE
      IF (L.EQ.IXX) GO TO 22
      GO TO 8
   22 PRINT 19,IEE,IEE
      DO 26 J=1,NCON
   26 PRINT 24,IE1(J,1),IE1(J,2),IE2(J,1),IE2(J,2)
      GO TO 8
    8 RETURN
      END
[illegible]

***LABELED COMMON BLOCKS***

[illegible]
CCCCC SEL1
***EXTERNAL [illegible]
CCOC1 SSETUP2          CC61C SIDOSET          CC616 SBCD=RIT          CC631 SIODATUM          CC633 SENDIOL
```

SEL2

```
      SUBROUTINE SEL2(L,I)
      COMMON IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
     1,COMMON IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),Ix1(300)
     2,COMMON Ix2(300),Ix3(300),NEL,NBST,ND8N,ND8N1,ND8N2,ND8N3
      DATA Ixx,ISS,IAA,IEE/1Hx,1HS,1HA,1HE/
      IF (I.LE.0) GO TO 8
      IF (I.GT.ND8N) GO TO 8
      IF (L.EQ.Ixx) GO TO 10
      IF (L.EQ.ISS) GO TO 10
      IF (L.EQ.IAA) GO TO 10
      IF (L.EQ.IEE) GO TO 10
      GO TO 8
   10 DO 2 J=I+1,ND8N
      IF (L.EQ.Ixx) GO TO 3
      IF (L.EQ.ISS) GO TO 3
      IF (L.EQ.IAA) GO TO 4
      IF (L.EQ.IEE) GO TO 5
      GO TO 2
    3 IS2(J,1)=0
      IS2(J,2)=0
      IF (L.EQ.Ixx) GO TO 4
      GO TO 2
    4 IA2(J,1)=0
      IA2(J,2)=0
      IF (L.EQ.Ixx) GO TO 5
      GO TO 2
    5 IE2(J,1)=0
      IE2(J,2)=0
    2 CONTINUE
      IF (L.EQ.Ixx) GO TO 40
      IF (L.NE.ISS) GO TO 15
   40 DO 11 J2=1,I
      IS2(J2,1)=IS1(J2,1)
   11 IS2(J2,2)=IS1(J2,2)
      ND8N1=I
      IF (L.EQ.Ixx) GO TO 41
      GO TO 30
   15 IF (L.NE.IAA) GO TO 16
   41 DO 12 J2=1,I
      IA2(J2,1)=IA1(J2,1)
   12 IA2(J2,2)=IA1(J2,2)
      ND8N2=I
      IF (L.EQ.Ixx) GO TO 16
      GO TO 30
   16 DO 13 J2=1,I
      IE2(J2,1)=IE1(J2,1)
   13 IE2(J2,2)=IE1(J2,2)
      ND8N3=I
      IF (L.NE.Ixx) GO TO 30
      PRINT 141,I
  141 FORMAT (1CX,80H NE GARDE SUR LES TROIS FICHIERS S,A,E QUE LES 0  ,
     1I3,0 PREMIERES DONNEES0,//)
      GO TO 20
   30 PRINT  17,L,I
   17 FORMAT (1CX,80H SUPPRIME SUR LE FICHIER 0,A1,0TOUTES LES DONNEES
```

```
   56:       1APRES   LA *,I3,$EME$,//)
   57:         IF (L.EQ.ISS) GO TO 20
   58:         IF (L.EQ.IAA) GO TO 21
   59:         IF (L.EQ.IEE) GO TO 22
   60:         GO TO 8
   61:      20 PRINT 19,ISS,ISS
   62:      19 FORMAT (20X,A1,$ AVANT SELECTION$,5X,$T AVANT SELECTION$,30X,A1,
   63:        1$ APRES SELECTION$,5X,$T APRES SELECTION$,/)
   64:         DO 23 J=1,NDON1
   65:         PRINT 24,IS1(J,1),IS1(J,2),IS2(J,1),IS2(J,2)
   66:      23 CONTINUE
   67:      24 FORMAT (29X,I3,17X,I3,44X,I3,19X,I3)
   68:         IF (L.EQ.IXX) GO TO 21
   69:         GO TO 8
   70:      21 PRINT 19,IAA,IAA
   71:         DO 25 J=1,NDON2
   72:         PRINT 24,IA1(J,1),IA1(J,2),IA2(J,1),IA2(J,2)
   73:      25 CONTINUE
   74:         IF (L.EQ.IXX) GO TO 22
   75:         GO TO 8
   76:      22 PRINT 19,IEE,IEE
   77:         DO 26 J=1,NDON3
   78:      26 PRINT 24,IE1(J,1),IE1(J,2),IE2(J,1),IE2(J,2)
   79:         GO TO 8
   80:       8 RETURN
   81:         END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 SEL2
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 $SETUP2          00533 $IDOSET          00541 $BCDWRIT         00554 $IODATUM         00556 $ENDIOL
```

SEL3

```
      SUBROUTINE SEL3(L,I,NSIGN)
      COMMON IS(300,2),IA(300,2),IF(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      COMMON IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),IX1(300
     C COMMON IX2(300),IX3(300),NEL,NBST,ND8N,ND8N1,ND8N2,ND8N3
      DATA IX,,ISS,IAA,IEE/1HX,1HS,1HA,1HF/
      IF (NSIGN.LE.0) GO TO 27
      IF (NSIGN.GT.4) GO TO 27
      IF (L.EQ.ISS) GO TO 2
      IF (L.EQ.IAA) GO TO 3
      IF (L.EQ.IEE) GO TO 4
      GO TO 27
    2 DO 5 I1=1,ND8N1
      IF (NSIGN.EQ.1) GO TO 11
      IF (NSIGN.EQ.2) GO TO 6
      IF (NSIGN.EQ.3) GO TO 7
      IF (NSIGN.EQ.4) GO TO 8
   11 IF (IS1(I1,1).LT.I) GO TO 9
   10 IS2(I1,1)=IS1(I1,1)
      IS2(I1,2)=IS1(I1,2)
      GO TO 5
    9 IS2(I1,1)=0
      IS2(I1,2)=0
      GO TO 5
    6 IF (IS1(I1,1).LE.I) GO TO 9
      GO TO 10
    7 IF (IS1(I1,1).GT.I) GO TO 9
      GO TO 10
    8 IF (IS1(I1,1).GE.I) GO TO 9
      GO TO 10
    5 CONTINUE
      IF (L.EQ.ISS) GO TO 1
    3 DO 12 I1=1,ND8N2
      IF (NSIGN.EQ.1) GO TO 13
      IF (NSIGN.EQ.2) GO TO 14
      IF (NSIGN.EQ.3) GO TO 15
      IF (NSIGN.EQ.4) GO TO 16
   13 IF (IA1(I1,1).LT.I) GO TO 17
   18 IA2(I1,1)=IA1(I1,1)
      IA2(I1,2)=IA1(I1,2)
      GO TO 12
   17 IA2(I1,1)=0
      IA2(I1,2)=0
      GO TO 12
   14 IF (IA1(I1,1).LE.I) GO TO 17
      GO TO 18
   15 IF (IA1(I1,1).GT.I) GO TO 17
      GO TO 18
   16 IF (IA1(I1,1).GE.I) GO TO 17
      GO TO 18
   12 CONTINUE
      IF (L.EQ.IAA) GO TO 1
    4 DO 19 I1=1,ND8N3
      IF (NSIGN.EQ.1) GO TO 20
      IF (NSIGN.EQ.2) GO TO 21
      IF (NSIGN.EQ.3) GO TO 22
```

```
      IF (NSIGN.EQ.4) GO TO 23
   20 IF (IE1(I1,1).LT.I) GO TO 24
   25 IE2(I1,1)=IE1(I1,1)
      IE2(I1,2)=IE1(I1,2)
      GO TO 19
   24 IE2(I1,1)=0
      IE2(I1,2)=0
      GO TO 19
   21 IF (IE1(I1,1).LE.I) GO TO 24
      GO TO 25
   22 IF (IE1(I1,1).GT.I) GO TO 24
      GO TO 25
    3 IF (IE1(I1,2).GE.I) GO TO 24
      GO TO 25
   19 CONTINUE
    1 IF (L.EQ.IAA) GO TO 30
      IF (L.EQ.IEE) GO TO 31
      K=NDGN1
      K1=1
      DO 32 L1=1,NDGN1
      IF (IS2(L1,2).EQ.0) GO TO 33
      IS2(K1,1)=IS2(L1,1)
      IS2(K1,2)=IS2(L1,2)
      K1=K1+1
      GO TO 32
   33 K=K-1
   32 CONTINUE
      NDGN1=K
      IF (L.EQ.ISS) GO TO 34
   30 K=NDGN2
      K1=1
      DO 35 L1=1,NDGN2
      IF (IA2(L1,2).EQ.0) GO TO 36
      IA2(K1,1)=IA2(L1,1)
      IA2(K1,2)=IA2(L1,2)
      K1=K1+1
      GO TO 35
   36 K=K-1
   35 CONTINUE
      NDGN2=K
      IF (L.EQ.IAA) GO TO 34
   31 K=NDGN3
      K1=1
      DO 37 L1=1,NDGN3
      IF (IE2(L1,2).EQ.0) GO TO 38
      IE2(K1,1)=IE2(L1,1)
      IE2(K1,2)=IE2(L1,2)
      K1=K1+1
      GO TO 37
   38 K=K-1
   37 CONTINUE
      NDGN3=K
   34 DO 39 K=NDGN1+1,300
      DO 39 K1=1,2
   39 IS2(K,K1)=0
      DO 40 K=NDGN2+1,300
```

```
  112:          DO 40 K1=1,2
  113:       40 IA2(K,K1)=0
  114:          DO 41 K=1,300
  115:          DO 41 K1=1,2
  116:       41 IE2(K,K1)=0
  117:       44 FORMAT (10X,$ETAT DE *,A1,$APRES ELIMINATION DES DONNEES INDESIRAB
  118:         1LES PAR LE SOUS PROGRAMME SEL3$,//,20X,A1,$ AVANT$,10X,$T AVANT$  ,
  119:         1E3X,A1,$ APRES$, 10X,$T APRES$,//)
  120:       45 FORMAT (23X,I2,15X,I3,34X,I2,13X,I3)
  121:          PRINT 44,L,L,L
  122:          IF (L.EQ.IAA) GO TO 42
  123:          IF (L.EQ.IEE) GO TO 43
  124:          DO 46 K=1,NBN1
  125:       46 PRINT 45,IS1(K,1),IS1(K,2),IS2(K,1),IS2(K,2)
  126:          GO TO 27
  127:       42 DO 47 K=1,NBN2
  128:       47 PRINT 45,IA1(K,1),IA1(K,2),IA2(K,1),IA2(K,2)
  129:          GO TO 27
  130:       43 DO 48 K=1,NBN3
  131:       48 PRINT 45,IE1(K,1),IE1(K,2),IE2(K,1),IE2(K,2)
  132:       27 RETURN
  133:          END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 SEL3
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 SSETUP          01001 9IO8SET         01007 9BCDWRIT        01022 9I8DATUM        01024 9ENDIOL
```

```
      SUBROUTINE REG1(I)
      COMMON IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      COMMON IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),Ix1(300)
      COMMON Ix2(300),Ix3(300),NEL,NOST,ND0N,ND0N1,ND0N2,ND0N3
      DATA Ixx,ISS,IAA,IEE/1HX,1HS,1HA,1HE/
      IF (I.EQ.ISS) GO TO 1
      IF (I.EQ.IAA) GO TO 2
      IF (I.EQ.IEE) GO TO 3
      PRINT 4
    4 FORMAT (1x,*LE FICHIER SUR LEQUEL VOUS DEMANDEZ UN REGROUPEMENT
     1 N'EST NI S,NI A,NI E .VERIFIEZ L'ARGUMENT DE LA SUBROUTINE*)
      GO TO 16
C     ON FAIT L'HYPOTHESE QUE LE NOMBRE DE GROUPES CONSTITUES SUR S,A,
C     OU E NE DEPASSE PAS 9,NUMEROTES DE 1 A 9.D'AUTRE PART,LE NOMBRE
C     DE STIMULI CODES NE DEPASSE PAS 64;LE NOMBRE DES REPONSES
C     POSSIBLES EST DE 5,ET CELUI DES RENFORCEMENTS DE 8.TOUS LES
C     STIMULI,TOUTES LES REPONSES ET TOUS LES RENFORCEMENTS DONT LA
C     CODIFICATION SERAIT EGALE A 0 ONT ETE ELIMINES A L'ETAGE
C     COMPRESSION.
    1 READ 5,(Ix1(u) ,u=1,64 )
    5 FORMAT (80I1)
      PRINT 10,ISS
   10 FORMAT(20X,*CORRESPONDANCE ENTRE VALEURS AVANT REGROUPEMENT ET APR
     1ES  REGROUPEMENT POUR *,A1,///,50X,*AVANT*,50X,*APRES*,//)
      DO 11 I1=1,64
   11 PRINT 12,I1,Ix1(I1)
   12 FORMAT(52x,I2,53X,I2)
      DO 6 u=1,ND0N1
      u1=Ix1(IS1(u,1))
    6 IS2(u,1)=u1
      GO TO 25
    2 READ 5, (Ix1(u),u=1,5)
      PRINT 10,IAA
      DO 23 I1=1,5
   23 PRINT 12,I1,Ix1(I1)
      DO 8 u=1,ND0N2
      u1=Ix1(IA1(u,1))
    8 IA2(u,1)=u1
      GO TO 25
    3 READ 5,(Ix1(u),u=1,8)
      PRINT 10,IEE
   22 DO 24 I1=1,8
   24 PRINT 12,I1,Ix1(I1)
      DO 9 u=1,ND0N3
      u1=Ix1(IE1(u,1))
    9 IE2(u,1)=u1
   25 PRINT 18
   18 FORMAT(60X,*FICHIER AVANT ET APRES REGROUPEMENT*,//)
      IF (I.EQ.ISS) GO TO 13
      IF (I.EQ.IAA) GO TO 14
      IF (I.EQ.IEE) GO TO 15
      GO TO 16
   13 DO 17 I1=1,ND0N1
   17 PRINT 12,IS1(I1,1),IS2(I1,1)
      GO TO 16
```

```
   56:     14 DO 20 I1=1,NDON2
   57:     2C PRINT 12,IA1(I1,1),IA2(I1,1)
   58:        GO TO 16
   59:     15 DO 19 I1=1,NDON3
   60:     19 PRINT 12,IE1(I1,1),IE2(I1,1)
   61:     16 RETURN
   62:        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 REG1
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 $SETUP1          00520 $BCDWRIT        00527 $ENDIOL         00312 $BCDREAD        00525 $IODATUM
00512 $IOSET
```

ANNEXE II.12

---- REG2

```
      SUBROUTINE REG2(INDEX,K,MIN)
      COMMON IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      COMMON IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),Ix1(300)
      COMMON Ix2(300),Ix3(300),NEL,NBST,NDBN,NDBN1,NDBN2,NDBN3
      DATA Ixx,ISS,IAA,IEE/1Hx,1HS,1HA,1HE/
C     INDEX=0 SI LE REGROUPEMENT EST FAIT SELON LE RANGE EXPERIMENTAL.
C     INDEX EST LA VALEUR DE CE RANGE SI  0.ALORS MIN EST LA VALEUR
C     MINIMUM DES.K EST LE NOMBRE DE GROUPES A CONSTITUER.
      DIMENSION PPART(9)
      IF (INDEX.EQ.0) GO TO 1
      IF (K.EQ.1) GO TO 8
      DO 2 K1=1,K
      PPART(K1)=INDEX+K1
    2 PPART(K)=MIN+(PPART(K1)/K)
      GO TO 20
    1 MIN=IS1(1,1)
      MAX=IS1(1,1)
      DO 3 L=2,NDBN1
      IF(IS1(L,1).LT.MIN)  MIN=IS1(L,1)
    3 IF(IS1(L,1).GT.MAX) MAX=IS1(L,1)
      RANGE=MAX-MIN
      IF (K.EQ.1) PPART(1)=MAX+1
      DO 4 K1=1,K-1
    4 PPART(K1)=MIN+((RANGE/(K   ))*K1
      GO TO 20
    8 PPART(1)=MIN+INDEX+1
   20 DO 9 L=1,NDBN1
      K1=1
    7 IF (K1.EQ.K) GO TO 9
      IF(PPART(K1).LT.IS1(L,1)) GO TO 6
      IS2(L,1)=K1
      GO TO 5
    6 K1=K1+1
      GO TO 7
    9 IS2(L,1)=K
    5 CONTINUE
      PRINT 17
   17 FORMAT(30X,'DONNEES AVANT ET APRES REGROUPEMENT',///)
      DO 19 L=1,NDBN1
   19 PRINT 18,IS1(L,1),IS2(L,1)
   18 FORMAT(20X,I2,50X,I2)
      RETURN
      END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 REG2
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 9SETUPA        00275 9IDBSET        00303 9BCDWRIT        00312 9ENDIOL        00310 9IBDATUM
```

ANNEXE II.13

REG 3

```
      1:         SUBROUTINE REG3 (K)
      2:         COMMON IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      3:         COMMON IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),IX1(300)
      4:         COMMON IX2(300),IX3(300),NEL,NBST,NDBN,NDBN1,NDBN2,NDBN3
      5:         DATA IXX,ISS,IAA,IEE/1HX,1HS,1HA,1HE/
      6:         DIMENSION PPART(9)
      7:         DO 1 L=1,64
      8:       1 IX1(L)=0
      9:         DO 2 L=1,NDBN1
     10:         L1=IS1(L,1)
     11:         DO 2 L=L1,64
     12:       2 IX1(L)=IX1(L)+1
     13:         IF (K.EQ.1) GO TO 3
     14:         DO 4 K1=1,K-1
     15:         PPART(K1)=(K1*IX1(64))/K
     16:         I=1
     17:      21 IF (IX1(I).GE.PPART(K1))  GO TO 20
     18:         I=I+1
     19:         GO TO 21
     20:      20 PPART(K1)=I
     21:       4 CONTINUE
     22:         PRINT 10,K
     23:      10 FORMAT(10X,'POINTS DE PARTITION POUR CONSTITUER',I2,' GROUPES NUME
     24:        1RIQUEMENT EGAUX',//)
     25:         PRINT 11,(PPART(I),I=1,K)
     26:      11 FORMAT(1X,12F10.4,//)
     27:         DO 5 L=1,NDBN1
     28:         K1=1
     29:       7 IF (K1.EQ.K) GO TO 9
     30:         IF(PPART(K1).LT.IS1(L,1)) GO TO 6
     31:         IS2(L,1)=K1
     32:         GO TO 5
     33:       6 K1=K1+1
     34:         GO TO 7
     35:       9 IS2(L,1)=K
     36:       5 CONTINUE
     37:         PRINT 18
     38:      18 FORMAT(20X,'DONNEES AVANT ET APRES REGROUPEMENT',///)
     39:         DO 19 L=1,NDBN1
     40:      19 PRINT 12,IS1(L,1),IS2(L,1)
     41:      12 FORMAT(32X,I2,33X,I2)
     42:       3 RETURN
     43:         END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 REG3
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 $SETUP1          00305 $IOBSET          00313 $BCDWRIT          00320 $IODATUM          00322 $ENDIOL
```

ANNEXE II.14

TRIP

```
      SUBROUTINE TRIP
      COMMON IG(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      COMMON IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),Ix1(300)
      COMMON Ix2(300),Ix3(300),NEL,NBST,NDBN,NDBN1,NDBN2,NDBN3
      DATA Ixx,ISS,IAA,IEE/1Hx,1HS,1HA,1HE/
      DIMENSION DISFI(100,2),TR(64)
C     ON RENTRE EN MACHINE LA DISTRIBUTION FINALE EN CARTES EN LISANT
C     UNE PREMIERE CARTES QUI INDIQUE LE NOMBRE DE POINTS DE LA
C     DISTRIBUTION FINALE QUI SONT DONNES UN PAR UN DANS LES
C     CARTES SUIVANTES EN COORDONNEES (X,Y)
      READ 1,NCAR
    1 FORMAT (I3)
      READ 2,(DISFI(J,1),DISFI(J,2),J=1,NCAR)
    2 FORMAT (2F10.4)
      DO 7 J=1,NCAR
    7 DISFI(J,2)=DISFI(J,2)*NDBN1
      DO 3 J=1,64
    3 IX1(J)=0
      DO 4 J=1,NDBN1
      J1=IS1(J,1)
      DO 4 L=J1,64
    4 IX1(L)=IX1(L)+1
      INDEX=0
      DO 9 J=1,64
      DO 6 K=1,NCAR
      IF (IX1(J).GT.DISFI(K,2)) INDEX=K
    6 CONTINUE
      IF (INDEX.LE.0) GO TO 8
      IF (INDEX.EQ.NCAR) GO TO 9
      K=INDEX
      TR(J)=DISFI(K,1)+ ((IX1(J)-DISFI(K,2))/(DISFI(K+1,2)-DISFI(K,2)))
     1*(DISFI(K+1,1)-DISFI(K,1))
      GO TO 5
    8 K1=1
   10 K1=K1+1
      IF (DISFI(K1,2).EQ.DISFI(1,2)) GO TO 10
      TR(J)=DISFI(1,1)- ((DISFI(K1,1)-DISFI(1,1))/(DISFI(K1,2)-DISFI
     1(1,2)))*(DISFI(1,2)-IX1(J))
      GO TO 5
    9 K1=NCAR
   11 K1=K1-1
      IF (DISFI(K1,2).EQ.DISFI(NCAR,2)) GO TO 11
      TR(J)=DISFI(NCAR,1)+(IX1(J)-DISFI(NCAR,2))*
     1((DISFI(NCAR,1)-DISFI(K1,1))/(DISFI(NCAR,2)-DISFI(K1,2)))
    5 CONTINUE
      PRINT 12
   12 FORMAT(1X,$CORRESPONDANCE ENTRE S ET SA TRANSFORMEE POUR PASSER DE
     1 LA DISTRIBUTION EXPERIMENTALE A LA DISTRIBUTION DONNEE$,//,50X,$S
     1,50X,$TRANSFORMEE$,//)
      DO 13 I=1,64
   13 PRINT 14,I,TR(I)
   14 FORMAT(50X,I2,47X,F8.4)
      RETURN
      END
***GLOBAL VARIABLES***
```

ANNEXE II.15

TRATE

```
    1:        SUBROUTINE TRATE (I,K)
    2:        COMMON IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
    3:        COMMON IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),IX1(300)
    4:        COMMON IX2(300),IX3(300),NEL,NBST,ND0N,ND0N1,ND0N2,ND0N3
    5:        DATA IXX,ISS,IAA,IEE/1HX,1HS,1HA,1HE/
    6:        DO 13 L=1,300
    7:        DO 13 K1=1,2
    8:        IS2(L,K1)=0
    9:        IA2(L,K1)=0
   10:     13 IE2(L,K1)=0
   11:        IF(I.EQ.IXX) GO TO 1
   12:     10 FORMAT(10X,'CORRESPONDANCE ENTRE',A1,2X,'ET SA TRANSFORMEE TEMPORE
   13:       1LLE',/,25X,A1,35X,'ANCIEN TEMPS',25X,'NOUVEAU TEMPS',///)
   14:        IF(I.EQ.ISS) GO TO 1
   15:        IF (I.EQ.IAA) GO TO 2
   16:        IF (I.EQ.IEE) GO TO 3
   17:        PRINT 5
   18:     5  FORMAT (1X,'ATTENTION AUX ARGUMENTS DE LA SUBROUTINE TRATE ')
   19:        GO TO 6
   20:     1  PRINT 10,ISS,ISS
   21:        DO 7 L=K+1,ND0N1
   22:        IS2(L-K,1)=IS1(L,1)
   23:        IS2(L-K,2)=IS1(L,2)-K
   24:     7  PRINT 12,IS2(L-K,1),IS1(L,2),IS2(L-K,2)
   25:        ND0N1=ND0N1-K
   26:     12 FORMAT(25X,I4,25X,I8,38X,I3)
   27:        IF(I.NE.IXX) GO TO 6
   28:     2  PRINT 10,IAA,IAA
   29:        DO 8 L=K+1,ND0N2
   30:        IA2(L-K,1)=IA1(L,1)
   31:        IA2(L-K,2)=IA1(L,2)-K
   32:     8  PRINT 12,IA2(L-K,1),IA1(L,2),IA2(L-K,2)
   33:        ND0N2=ND0N2-K
   34:        IF(I.NE.IXX) GO TO 6
   35:     3  PRINT 10,IEE,IEE
   36:        DO 9 L=K+1,ND0N3
   37:        IE2(L-K,1)=IE1(L,1)
   38:        IE2(L-K,2)=IE1(L,2)-K
   39:     9  PRINT 12,IE2(L-K,1),IE1(L,2),IE2(L-K,2)
   40:        ND0N3=ND0N3-K
   41:     6  RETURN
   42:        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 TRATE
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 $SETUP2          00424 $BCDWRIT        00446 $ENDIOL         00444 $IODATUM        00375 $IOOSET
```

ANNEXE II.16

HIST

```
      1:        SUBROUTINE HIST (I)
      2:        COMMON IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      3:        COMMON IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),Ix1(300)
      4:        COMMON Ix2(300),IX3(300),NEL,NBST,ND0N,ND0N1,ND0N2,ND0N3
      5:        DATA IxA,ISS,IAA,IEE/1HX,1HS,1HA,1HE/
      6:        DO 10 J=1,ND0N
      7:        IS2(J,1)=0
      8:        IA2(J,1)=0
      9:     10 IE2(J,1)=0
     10:        IF (I.EQ.ISS) GO TO 1
     11:        IF (I.EQ.IAA) GO TO 2
     12:        IF (I.EQ.IEE) GO TO 3
     13:        IF (I.EQ.IXX) GO TO 1
     14:        PRINT 4
     15:     4  FORMAT (1X,'ATTENTION A L''ARGUMENT DE HIST $')
     16:        GO TO 5
     17:     1  DO 6 J=1,ND0N1
     18:        J1=IS1(J,1)
     19:     6  IS2(J1,1)=IS2(J1,1)+1
     20:        PRINT 11
     21:    11  FORMAT(40X,'HISTOGRAMME DE S$',//)
     22:        PRINT 12,(IS2(J,1),J=1,32)
     23:        PRINT 12,(IS2(J,1),J=33,64)
     24:    12  FORMAT(1X,32I4)
     25:        IF(I.NE.IXX) GO TO 5
     26:     2  DO 7 J=1,ND0N2
     27:        J1=IA1(J,1)
     28:     7  IA2(J1,1)=IA2(J1,1)+1
     29:        PRINT 13
     30:    13  FORMAT(40X,'HISTOGRAMME DE A$',//)
     31:        PRINT 12,(IA2(J,1),J=1,5)
     32:        IF(I.NE.IXA) GO TO 5
     33:     3  DO 8 J=1,ND0N3
     34:        J1=IE1(J,1)
     35:     8  IE2(J1,1)=IE2(J1,1)+1
     36:        PRINT 14
     37:    14  FORMAT(40X,'HISTOGRAMME DE E$',//)
     38:        PRINT 12,(IE2(J,1),J=1,8)
     39:     5  RETURN
     40:        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 HIST
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 $SETUP1          00241 $IO$SET          00273 $BCDWRIT         00305 $ENDIOL          00277 $I0DATUM
```

DENS

```
      1:        SUBROUTINE DENS(I)
      2:        COMMON IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      3:        COMMON IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),IX1(300)
      4:        COMMON IX2(300),IX3(300),NEL,NBST,ND0N,ND0N1,ND0N2,ND0N3
      5:        DATA IXX,ISS,IAA,IEE/1HX,1HS,1HA,1HE/
      6:        DIMENSION G1(64),A1(5),E1(8)
      7:        CALL HIST (I)
      8:        IF ((I.EQ.ISS).OR.(I.EQ.IXX)) GO TO 1
      9:        GO TO 2
     10:      1 DO 3 J=1,64
     11:      3 G1(J)=IS2(J,1)
     12:        DO 4 J=1,64
     13:      4 G1(J)=G1(J)/ND0N1
     14:        PRINT 11
     15:     11 FORMAT(4CX,*DENSITE DE S*,//)
     16:        PRINT 12,(G1(J),J=1,32)
     17:        PRINT 12,(G1(J),J=33,64)
     18:     12 FORMAT(1X,32F4.2)
     19:        IF ((I.EQ.IAA).OR.(I.EQ.IXX)) GO TO 5
     20:        GO TO 2
     21:      5 DO 6 J=1,5
     22:      6 A1(J)=IA2(J,1)
     23:        DO 7 J=1,5
     24:      7 A1(J)=A1(J)/ND0N2
     25:        PRINT 13
     26:     13 FORMAT(4C/,*DENSITE DE A*,//)
     27:        PRINT 14,(A1(J),J=1,5)
     28:        IF ((I.EQ.IEE).OR.(I.EQ.IXX)) GO TO 8
     29:        GO TO 2
     30:      8 DO 9 J=1,8
     31:      9 E1(J)=IE2(J,1)
     32:        DO 10 J=1,8
     33:     10 E1(J)=E1(J)/ND0N3
     34:        PRINT 14
     35:     14 FORMAT(4C/,*DENSITE DE E*,//)
     36:        PRINT 15,(E1(J),J=1,8)
     37:      2 RETURN
     38:        END
***GLOBAL /A[illegible]***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 DENS
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 9SETLFS          00004 HIST          00331 9BCDWRIT          00346 9ENDIOL          0034C 9IODATUM
```

DIST

```
      SUBROUTINE DIST(I)
      COMMON IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      COMMON IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),IX1(300)
      COMMON IX2(300),IX3(300),NEL,NOST,NDON,NDON1,NDON2,NDON3
      DATA IXX,ISS,IAA,IEE/1HX,1HS,1HA,1HE/
      DIMENSION S1(64),A1(5),E1(8)
      DO 40 J=1,300
      IX1(J)=0
      IX2(J)=0
   40 IX3(J)=0
      IF (I.EQ.ISS) GO TO 1
      IF (I.EQ.IAA) GO TO 2
      IF (I.EQ.IEE) GO TO 3
      IF (I.EQ.IXX) GO TO 1
      PRINT 4
    4 FORMAT (1X,*L'ARGUMENT QUE VOUS UTILISEZ POUR APPELER LA SUBROUTI
     1NE DIST N'EST NI S,NI A,NI E,NI X*)
    1 DO 5 J=1,NDON1
      J1=IS1(J,1)
      DO 5 L=J1,64
    5 IX1(L)=IX1(L)+1
      IF(I.NE.IXX) GO TO 6
    2 DO 7 J=1,NDON2
      J1=IA1(J,1)
      DO 7 L=J1,5
    7 IX2(L)=IX2(L)+1
      IF(I.NE.IXX) GO TO 6
    3 DO 8 J=1,NDON3
      J1=IE1(J,1)
      DO 8 L=J1,8
    8 IX3(L)=IX3(L)+1
    6 IF ((I.NE.ISS).AND.(I.NE.IXX)) GO TO 10
      DO 9 J=1,64
    9 S1(J)=IX1(J)
      DO 11 J=1,64
   11 S1(J)=S1(J)/S1(64)
      PRINT 20
   20 FORMAT(40X,*DISTRIBUTION NORMEE DE S*,//)
      PRINT 21,(S1(J),J=1,32)
      PRINT 21,(S1(J),J=33,64)
   10 IF ((I.NE.IAA).AND.(I.NE.IXX)) GO TO 32
      DO 13 J=1,5
   13 A1(J)=IX2(J)
      DO 14 J=1,5
   14 A1(J)=A1(J)/A1(5)
      PRINT 22
   22 FORMAT(40X,*DISTRIBUTION NORMEE DE A*,//)
      PRINT 21,(A1(J),J=1,5)
   32 IF ((I.NE.IEE).AND.(I.NE.IXX)) GO TO 12
      DO 16 J=1,8
   16 E1(J)=IX3(J)
      DO 17 J=1,8
   17 E1(J)=E1(J)/E1(8)
      PRINT 23
   23 FORMAT(40X,*DISTRIBUTION NORMEE DE E*,//)
```

```
    56:          PRINT 21,(L1(J),J=1,8)
    57:       21 FORMAT(1X,8F4.2)
    58:       12 RETURN
    59:          END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 DIST
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 SSETLP1          00534 $BCDXIT          00551 $ENDIOL          00210 $IOSET          00543 $IODATUM
```

ANNEXE II.19

-=-=-=-

EXTR

```
      1:        SUBROUTINE EXTR(I)
      2:        COMMON IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      3:        COMMON IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),IX1(300)
      4:        COMMON IX2(300),IX3(300),NEL,NBST,NDBN,NDBN1,NDBN2,NDBN3
      5:        DATA IXX,ISS,IAA,IEE/1HX,1HS,1HA,1HE/
      6:        IF (I.EQ.IXX) GO TO 1
      7:        IF (I.ES.ISS) GO TO 1
      8:        IF (I.EQ.IAA) GO TO 2
      9:        IF (I.EQ.IEE) GO TO 3
     10:        PRINT 4
     11:      4 FORMAT (1X,$L'ARGUMENT DE LA SUBROUTINE EXTR EST MAL ECRIT$)
     12:        GO TO 5
     13:      1 MIN=IS1(1,1)
     14:        MAX=IS1(1,1)
     15:        DO 6 L=1,NDBN1
     16:        IF(IS1(L,1).LT.MIN)  MIN=IS1(L,1)
     17:      6 IF(IS1(L,1).GT.MAX) MAX=IS1(L,1)
     18:        RANGE=MAX-MIN
     19:        PRINT 7,MIN,MAX,RANGE
     20:      7 FORMAT (1X,$ MINIMUM DE S=$,I3,10X,$MAXIMUM DE S=$,I3,10X,        $
     21:       1$DOMAINE DE S=$,I3)
     22:        IF(I.NE.IXX) GO TO 5
     23:      2 MIN=IA1(1,1)
     24:        MAX=IA1(1,1)
     25:        DO 8 L=1,NDBN2
     26:        IF(IA1(L,1).LT.MIN) MIN=IA1(L,1)
     27:      8 IF(IA1(L,1).GT.MAX) MAX=IA1(L,1)
     28:        RANGE=MAX-MIN
     29:        PRINT 9,MIN,MAX,RANGE
     30:      9 FORMAT (1X,$MINIMUM DE A=$,I3,10X,$MAXIMUM DE A=$,I3,10X,
     31:       1$DOMAINE DE A=$,I3)
     32:        IF(I.NE.IXX) GO TO 5
     33:      3 MIN=IE1(1,1)
     34:        MAX=IE1(1,1)
     35:        DO 10 L=1,NDBN3
     36:        IF(IE1(L,1).LT.MIN) MIN=IE1(L,1)
     37:     10 IF(IE1(L,1).GT.MAX) MAX=IE1(L,1)
     38:        RANGE=MAX-MIN
     39:        PRINT 11, MIN,MAX,RANGE
     40:     11 FORMAT (1X,$MINIMUM DE E=$,I3,10X,$MAXIMUM DE E=$,I3,10X,
     41:       1$DOMAINE DE E=$,I3)
     42:      5 RETURN
     43:        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 EXTR
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 $SETUP1          00314 $BCDARIT          00323 $ENDIBL          00260 $IDBSET          00321 $IBDATUM
```

ANNEXE II.20

SPERC

```
      SUBROUTINE SPERC
      COMMON  IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      COMMON  IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),Ix1(300)
      COMMON Ix2(300),Ix3(300),NEL,NBST,NDBN,NDBN1,NDBN2,NDBN3
      DATA Ixx,ISS,IAA,IEE,1Hx,1HS,1HA,1HE/
      DIMENSION PERC(16),PPART(64),TRANS(16)
      PERC(1)=0.01
      PERC(2)=0.05
      PERC(3)=0.95
      PERC(4)=0.99
      PERC(5)=0.25
      PERC(6)=0.50
      PERC(7)=0.75
      DO 1 I=1,9
    1 PERC(I+7)=I*0.1
      DO 2 I=1,64
    2 PPART(I)=0
      DO 3 I=1,NDBN1
      I1=IS1(I,1)
      DO 3 J=I1,64
    3 PPART(J)=PPART(J)+1
      DO 4 I=1,64
    4 PPART(I)=PPART(I)/PPART(64)
      DO 5 I=1,16
      I1=0
    6 I1=I1+1
      IF (I1.EQ.65) GO TO 8
      IF (PPART(I1).LT.PERC(I)) GO TO 6
      IF (I1.EQ.1) GO TO 7
      IF (PPART(I1).EQ.PERC(I)) GO TO 9
      TRANS(I)=I1-1+((PERC(I)-PPART(I1-1))/(PPART(I1)-PPART(I1-1)))
      GO TO 5
    9 TRANS(I)=I1
      GO TO 5
    7 I2=I1
   23 I2=I2+1
      IF (PPART(I1).EQ.PPART(I2)) GO TO 23
      THETA=((PPART(I1)-PERC(I))/(PPART(I2)-PERC(I)))
      TRANS(I)=(I1-(THETA*I2))/(1.0-THETA)
      GO TO 5
    8 I1=64
      I2=I1
   10 I2=I2-1
      IF (PPART(I1).EQ.PPART(I2)) GO TO 10
      TRANS(I)=I1+((I1-I2)*((PERC(I)-PPART(I1))/(PPART(I1)-PPART(I2))))
    5 CONTINUE
      PRINT 20,(PERC(I),I=1,16)
   20 FORMAT(30X,'CALCUL DES PERCENTILES SUR S',//,1X,'PERCENTILE',2X,16F
     17.2)
      PRINT 21,(TRANS(I),I=1,16)
   21 FORMAT(3X,'ABSCISSE',2X,16F7.2)
      DGLART=TRANS(7)-TRANS(5)
      PRINT 22,DGLART
   22 FORMAT(10X,'DISTANCE INTERGLARTILE',F7.2)
      RETURN
```

ANNEXE II.21

MOMENTS

```
    1:        SUBROUTINE MOMENTS
    2:        COMMON  IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
    3:        COMMON  IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),IX1(300)
    4:        COMMON IX2(300),IX3(300),NEL,NBST,ND0N,ND0N1,ND0N2,ND0N3
    5:        DIMENSION PPART(64)
    6:        DO 1 I=1,64
    7:      1 PPART(I)=0
    8:        DO 2 I=1,ND0N1
    9:        I1=IS1(I,1)
   10:      2 PPART(I1)=PPART(I1)+1
   11:        AMOY=0.
   12:        VAR=0.
   13:        STD=0.
   14:        AM3C=0.
   15:        DO 3 I=1,64
   16:        AMOY=AMOY+I*(PPART(I)/ND0N1)
   17:        VAR=VAR+(PPART(I)/ND0N1)*(I**2)
   18:      3 AM3C=AM3C+(PPART(I)/ND0N1)*(I**3)
   19:        VAR=VAR-(AMOY**2)
   20:        AM3C=AM3C-(3*(AMOY*VAR))-(AMOY**3)
   21:        STD=SQRT(VAR)
   22:        PRINT 6,AMOY,VAR,STD,AM3C
   23:      6 FORMAT (1X,'MOYENNE =',F7.2,5X,'VARIANCE =',F7.2,5X,'ECART-TYPE =',F7
   24:       1.2,5X,'MOMENT CENTRE D''ORDRE 3 =',F7.2)
   25:        RETURN
   26:        END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 MOMENTS
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 SSETUP          00024 SIOPSET         00175 SSQRT           00201 SBCDWRIT        00210 SIODATUM
00212 SENDIOL
```

TABCO

```
      SUBROUTINE TABCO(I1,J1,K1,I2,J2,K2,INDEX,MIN)
      COMMON IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
      COMMON IE1(300,2),IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),Ix1(300)
      COMMON Ix2(300),Ix3(300),NEL,NBST,NDON,NDON1,NDON2,NDON3
      DATA Ixx,ISS,IAA,IEE/1Hx,1HS,1HA,1HE/
      DIMENSION TAB(11,11),TAB1(10,10)
      IF ((I1.EQ.ISS).AND.(I2.EQ.ISS)) GO TO 4
      IF ((I1.NE.ISS).AND.(J1.GE.2)) GO TO 4
      IF ((I2.NE.ISS).AND.(J2.GE.2)) GO TO 4
C     I1 EST EGAL A S,A,E SELON LE CAS.J1 EST L'INDICE QUI CORRESPOND
C     AU MODE DE REGROUPEMENT DE I1.K1 EST LE NOMBRE DE GROUPES.
C     I2 EST EGAL A S,A OU E SELON LE CAS.J2 INDIQUE LE MODE DE
C     REGROUPEMENT CORRESPONDANT.K2 EST LE NOMBRE DE GROUPES.
C     SI I1 OU I2 CORRESPONDENT A S,ET QUE LE J1 OU J2 VALENT,ON
C     COMPLETE LES ARGUMENTS DE REG2 PAR INDEX ET MIN.SINON,ON MET 0
C     DANS CES DEUX QUANTITES.
      IF (J1.EQ.1) GO TO 1
      IF (J1.EQ.2) GO TO 2
      IF (J1.EQ.3) GO TO 3
      GO TO 4
    1 CALL REG1(I1)
      GO TO 5
    2 CALL REG2(INDEX,K1,MIN)
      GO TO 5
    3 CALL REG3(K1)
      GO TO 5
    5 IF (J2.EQ.1) GO TO 6
      IF (J2.EQ.2) GO TO 7
      IF (J2.EQ.3) GO TO 8
    6 CALL REG1(I2)
      GO TO 9
    7 CALL REG2(INDEX,K2,MIN)
      GO TO 9
    8 CALL REG3(K2)
    9 DO 10 I=1,K1+1
      DO 10 J=1,K2+1
   10 TAB(I,J)=0.
      IF (I1.EQ.ISS) NT1=NDON1
      IF (I1.EQ.IAA) NT1=NDON2
      IF (I1.EQ.IEE) NT1=NDON3
      IF (I2.EQ.ISS) NT2=NDON1
      IF (I2.EQ.IAA) NT2=NDON2
      IF (I2.EQ.IEE) NT2=NDON3
      IF (NT1.LT.NT2) GO TO 21
      NT1=NT2
   21 DO 11 I=1,NT1
      IF(I1.EQ.ISS) L1=IS2(I,1)
      IF(I1.EQ.IAA) L1=IA2(I,1)
      IF(I1.EQ.IEE) L1=IE2(I,1)
      IF(I2.EQ.ISS) L2=IS2(I,1)
      IF(I2.EQ.IAA) L2=IA2(I,1)
      IF(I2.EQ.IEE) L2=IE2(I,1)
   11 TAB(L1,L2)=TAB(L1,L2)+1
      DO 12 I=1,K2
      DO 12 J=1,K1
```

```
      12 TAB(K1+1,I)=TAB(K1+1,I)+TAB(J,I)
         DO 13 J=1,K1
         DO 13 I=1,K2
      13 TAB(J,K2+1)=TAB(J,K2+1)+TAB(J,I)
         DO 17 I=1,K1
      17 TAB(K1+1,K2+1)=TAB(K1+1,K2+1)+TAB(I,K2+1)
         PRINT 14
      14 FORMAT (30X,$MATRICE DE CONTINGENCE$)
      15 FORMAT (1X,11F10.3)
         DO 16 I=1,K1+1
      16 PRINT 15,(TAB(I,J),J=1,K2+1)
         DO 18 I=1,K1
         DO 18 J=1,K2
      18 TAB1(I,J)=(TAB(K1+1,J)*TAB(I,K2+1))/TAB(K1+1,K2+1)
         CHI2=0.
         IDL=(K1-1)*(K2-1)
         DO 19 I=1,K1
         DO 19 J=1,K2
      19 CHI2=CHI2+((TAB(I,J)-TAB1(I,J))**2)/TAB1(I,J)
         PRINT 20,IDL,CHI2
      20 FORMAT (10X,$LE CHI-2 DE CONTINGENCE A $,I5,$DEGRES DE LIBERTE ET
        1VAUT$,F7.3)
       4 RETURN
         END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00001 TAB0
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 $SETUPA          00076 REG1             00102 REG2             00110 REG3             00661 $IDOSET
00722 $ECOMMIT         00727 $ENDIBL          00725 $IBDATUM
```

χ^2

```
      SUBROUTINE CHI2(I)
      COMMON IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2),IS1(300,2),IA1(300,2)
     1,IS2(300,2),IA2(300,2),IE2(300,2),IX1(300)
     2,IX2(300),IX3(300),NEL,NOST,NOBN,NOBN1,NOBN2,NOBN3
      DATA IXX,ISS,IAA,IEE/1HX,1HS,1HA,1HE/
C  ON COMPARE IS1 ET IS2, IA1 ET IA2, IE1 ET IE2. ON PEUT EGALEMENT
C  FAIRE LES TROIS COMPARAISONS SIMULTANEMENT. IL FAUT PRENDRE LA
C  PRECAUTION DE CHARGER PREALABLEMENT LES ZONES A COMPARER. REMARQUONS
C  QUE L'ON FAIT UN POOLING DE DONNEES SI NECESSAIRE POUR EVITER DE
C  COMPARER DES RESULTATS EN NOMBRE TROP PETIT. NOM EST LE NOMBRE DE
C  DONNEES MINIMUM D'UNE CASE EN CE CAS. REMARQUONS ENFIN QUE LES
C  HISTOGRAMMES SONT COMPILES EN IX1 ET IX2.
      INDEX=0
      DO 6 J=1,300
      IX1(J)=0
    6 IX2(J)=0
      NOM=10
      IF((I.EQ.ISS).OR.(I.EQ.IXX)) GO TO 1
      IF(I.EQ.IAA) GO TO 2
      IF(I.EQ.IEE) GO TO 3
      GO TO 4
    1 DO 7 J=1,300
      J1=IS1(J,1)
      J2=IS2(J,1)
      IF(J1.EQ.0) GO TO 8
      IX1(J1)=IX1(J1)+1
    8 IF(J2.EQ.0) GO TO 7
      IX2(J2)=IX2(J2)+1
    7 CONTINUE
   17 K=0
      J=1
   10 IINT1=0
      IINT2=0
   11 IINT1=IINT1+IX1(J)
      IINT2=IINT2+IX2(J)
      IF((IINT1.GE.NOM).AND.(IINT2.GE.NOM))  GO TO 9
      J=J+1
      IF(J.EQ.300) GO TO 12
      GO TO 11
    9 K=K+1
      IX1(K)=IINT1
      IX2(K)=IINT2
      J=J+1
      IF(J.EQ.300) GO TO 12
      GO TO 10
   12 IX1(K)=IX1(K)+IINT1
      IX2(K)=IX2(K)+IINT2
      DO 22 J=K+1,300
      IX1(J)=0
   22 IX2(J)=0
      IDL=K-1
      TOT=0.
      TOT1=0.
      TOT2=0.
      CHI2=0.
```

```
   56:          DO 13 J=1,K
   57:          TOT=TOT+IX1(J)+IX2(J)
   58:          TOT1=TOT1+IX1(J)
   59:       13 TOT2=TOT2+IX2(J)
   60:          DO 14 J=1,K
   61:          A=(TOT1+(IX1(J)+IX2(J)))/TOT
   62:          B=(TOT2+(IX1(J)+IX2(J)))/TOT
   63:       14 CHI2=CHI2+((IX1(J)-A)**2/A)+((IX2(J)-B)**2/B)
   64:          IF(INDEX.EQ.1) GO TO 18
   65:          IF(INDEX.EQ.2) GO TO 21
   66:          PRINT 5,ISS,IDL,CHI2
   67:        5 FORMAT(1X,$LA COMPARAISON DES DISTRIBUTIONS DES FICHIERS$,A1,$DONN
   68:         1E UN CHI=2 A $,I3,$DEGRES DE LIBERTE QUI VAUT$,F10.4,//)
   69:          IF(I.EQ.ISS) GO TO 4
   70:          DO 23 J=1,300
   71:          IX1(J)=0
   72:       23 IX2(J)=0
   73:        2 DO 15 J=1,300
   74:          J1=IA1(J,1)
   75:          J2=IA2(J,1)
   76:          IF(J1.EQ.0) GO TO 16
   77:          IX1(J1)=IX1(J1)+1
   78:       16 IF(J2.EQ.0) GO TO 15
   79:          IX2(J2)=IX2(J2)+1
   80:       15 CONTINUE
   81:          INDEX=1
   82:          GO TO 17
   83:       18 PRINT 5,IAA,IDL,CHI2
   84:          IF(I.EQ.IAA) GO TO 4
   85:          DO 24 J=1,300
   86:          IX1(J)=0
   87:       24 IX2(J)=0
   88:        3 DO 19 J=1,300
   89:          J1=IE1(J,1)
   90:          J2=IE2(J,1)
   91:          IF(J1.EQ.0) GO TO 20
   92:          IX1(J1)=IX1(J1)+1
   93:       20 IF(J2.EQ.0) GO TO 19
   94:          IX2(J2)=IX2(J2)+1
   95:       19 CONTINUE
   96:          INDEX=2
   97:          GO TO 17
   98:       21 PRINT 5,IEE,IDL,CHI2
   99:        4 RETURN
  100:          END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***
00000 CHI2
***EXTERNAL REFERENCES***
00001 $SETUP1          00247 $ICOSET          00547 $BCDWRIT         00554 $IODATUM         00556 $ENDIOL
```

AE-1

PROGRAMME DE SIMULATION DE DONNEES D'ENTREE

```
$FORTRAN LS,GO
     1: C   PROGRAMME GENERATEUR S A B POUR ASMAT ANALYSE
     2:       DIMENSION IS(300,2),IA(300,2),IE(300,2)
     3:       DO 1 I=1,300
     4:       IS(I,1)=13*(3**I)
     5:       IF(IS(I,1).LT.0) IS(I,1)=-IS(I,1)
     6:       IDIV=IS(I,1)/64
     7:       IREST=IS(I,1)-64*IDIV
     8:       IF(IREST .EQ. 0) IREST=1
     9:       IS(I,1)=IREST
    10:       IDIV=IS(I,1)/5
    11:       IREST=IS(I,1)-5*IDIV
    12:       IF(IREST.EQ.0) IREST=1
    13:       IA(I,1)=IREST
    14:       IDIV=IS(I,1)/8
    15:       IREST=IS(I,1)-8*IDIV
    16:       IF(IREST .EQ.0) IREST=1
    17:       IE(I,1)=IREST
    18:       IS(I,2)=I
    19:       IA(I,2)=I
    20:     1 IE(I,2)=I
    21:     2 FORMAT(16(I2,I3))
    22:       DO 3 I=1,18
    23:       I1=16*(I-1)
    24:     3 WRITE(106,2) (IS(I1+J,1),IS(I1+J,2),J=1,16)
    25:       WRITE(106,2) (IS(I,1),IS(I,2),I=289,300)
    26:       DO 4 I=1,18
    27:       I1=16*(I-1)
    28:     4 WRITE(106,2) (IA(I1+J,1),IA(I1+J,2),J=1,16)
    29:       WRITE(106,2) (IA(I,1),IA(I,2),I=289,300)
    30:       DO 5 I=1,18
    31:       I1=16*(I-1)
    32:     5 WRITE(106,2)(IE(I1+J,1),IE(I1+J,2),J=1,16)
    33:       WRITE(106,2)(IE(I,1),IE(I,2),I=289,300)
    34:       END
***GLOBAL VARIABLES***

***LABELED COMMON BLOCKS***

***ENTRY POINTS***

***EXTERNAL REFERENCES***
00000 $INITIAL      00006 $PWRII        00342 $BCDWRIT      00351 $IODATUM      00357 $ENDIOL
00360 $STOP
```

```
¬JOB DOMIO,0219,100,100
39  153  231  329  423  5 5  615  745  8 7  921 1053 1161 1255 1327 1447 1513 16
39 1753 1833 1935 2025 2159 2249 2345 24 7 2521 2663 2761 2855 2937 3017 3151 32
25 3311 3431 3529 3623 3759 3849 3919 4057 4143 42 1 4361 44 9 4537 4617 4751 48
25 4953 5031 5129 5223 53 5 5415 5545 56 7 5721 5863 5961 6055 6137 6217 6313 64
39 6511 6633 6729 6841 6959 7015 7145 72 7 7321 74 1 75 3 76 9 7737 7847 79
25 8111 8231 8329 8423 85 5 8615 8719 8857 8943 90 1 9161 9255 9327 9417 9551 96
39 9753 9831 99351004110159102491031910457105431O6 1107 3108 910927110471111З112
39113531143311535116231175911849119451 20 712143122 11236112455125271261712751128
391295313031131291322З133 5134491354513б 71372113863139511405514137142471431З144
251455314651147291484114 5150151511915257153211546515 3156 915737156471595116O
251615З1623116329164411655916615167451685716943170 117161172 91732717417175511 75
251771117853179351804118159182151834518 4 718521186 11876118855189371904719113192
25193111943319529196231 97 51981519919200572O143202 1203 3204 920537206472O713208
3920953210З3211292122321З 52141521519216572174321 8 1219 3220 92212722217223512 24
392251122633227352282 3229 5230152314523 2 7233212346 3235 3236 923727236472391324O
392411124233243352442З245 524615247192 4 7249212506325161252552532725447255 13256
392575325 3125929260 3261 5262492634526  7265212666326761268552692727017271512 72
 2 7 3  7 33 27 5 52762327759278492791928057281 5282 1283 3284 9285372864728713288
3928911290332912929241293592941529 4529 572974329  1299 3300
 4  1 3  2 1  3 4  4 3  5 1  6 1  7 1  8 2  9 1 10 3 11  1 12 1 13  2 14  2 15  3 16
 4 17 3 18 3 19 1 20 3 21 4 22 4 23 1 24 2 25 1 26 3 27 1 28 1 29 2 30 2 31 1 32
 1 33 1 34 1 35 4 36 3 37 4 38 4 39 4 40 2 41 3 42 1 43 1 44 4 45 2 46 2 47 1 48
 1 49 3 50 1 51 4 52 3 53 1 54 1 55 1 56 2 57 1 58 3 59 1 60 1 61 2 62 2 63 3 64
 4 65 1 66 3 67 4 68 1 69 4 70 1 71 1 72 2 73 1 74 1 75 3 76 4 77 2 78 2 79 3 80
 1 81 1 82 1 83 4 84 3 85 1 86 1 87 4 88 2 89 3 90 1 91 1 92 1 93 2 94 2 95 1 96
 4 97 3 98 1 99 1100 1101 4102 4103 4104 2105 3106 1107 3108 4109 2110 2111 3112
4113 3114 3115 1116 3117 4118 4119 1120 2121 3122 1123 1124 1125 2126 2127 1128
4129 3130 1131 4132 3133 1134 4135 1136 2137 1138 3139 1140 1141 2142 2143 3144
1145 3146 1147 4148 1149 1150 1151 4152 2153 1154 3155 3156 4157 2158 2159 1160
1161 3162 1163 4164 1165 4166 1167 1168 2169 3170 1171 1172 4173 2174 2175 1176
1177 1178 3179 1180 1181 4182 1183 1184 2185 1186 1187 1188 1189 2190 2191 3192
1193 1194 3195 4196 3197 1198 1199 4200 2201 3202 1203 3204 4205 2206 2207 3208
4209 3210 3211 4212 3213 1214 1215 4216 2217 3218 1219 3220 4221 2222 2223 1224
4225 1226 3227 1228 3229 1230 1231 1232 2233 1234 3235 3236 4237 2238 2239 3240
4241 1242 3243 1244 3245 1246 1247 4248 2249 1250 3251 1252 1253 2254 2255 3256
4257 3258 1259 4260 3261 1262 4263 1264 2265 1266 3267 1268 1269 2270 2271 1272
1273 3274 3275 1276 3277 4278 4279 4280 2281 3282 1283 3284 4285 2286 2287 3288
4289 1290 3291 4292 1293 4294 1295 1296 2297 3298 1299 3300
 7  1 5  2 7  3 5  4 7  5 5  6 7  7 5  8 7  9 5 10 7 11 5 12 7 13 3 14 7 15 5 16
 7 17 5 18 1 19 3 20 7 21 3 22 1 23 5 24 7 25 5 26 7 27 5 28 7 29 5 30 1 31 3 32
 1 33 3 34 7 35 5 36 7 37 3 38 1 39 3 40 1 41 3 42 1 43 5 44 1 45 5 46 1 47 3 48
 1 49 5 50 7 51 5 52 7 53 5 54 7 55 5 56 7 57 5 58 7 59 5 60 7 61 5 62 1 63 5 64
 7 65 3 66 1 67 5 68 1 69 3 70 7 71 5 72 7 73 5 74 1 75 3 76 1 77 5 78 7 79 5 80
 1 81 5 82 7 83 5 84 7 85 5 86 7 87 3 88 1 89 3 90 1 91 5 92 7 93 5 94 1 95 3 96
 7 97 5 98 7 99 3100 1101 3102 1103 3104 1105 3106 1107 3108 1109 3110 7111 5112
7113 5114 1115 3116 7117 3118 1119 5120 7121 3122 1123 5124 7125 3126 1127 3128
7129 5130 7131 5132 7133 5134 1135 5136 7137 5138 7139 5140 7141 5142 7143 5144
1145 5146 7147 5148 1149 5150 7151 3152 1153 5154 7155 3156 1157 5158 7159 3160
1161 5162 7163 5164 1165 3166 7167 5168 1169 3170 1171 5172 1173 3174 1175 3176
1177 3178 1179 3180 1181 3182 7183 5184 7185 5186 1187 5188 7189 5190 7191 5192
1193 3194 1195 5196 7197 5198 7199 3200 1201 3202 1203 3204 1205 5206 7207 5208
7209 5210 1211 5212 7213 5214 7215 3216 1217 3218 1219 3220 1221 3222 1223 3224
7225 3226 1227 3228 7229 5230 7231 5232 7233 5234 7235 3236 1237 3238 7239 5240
7241 3242 1243 3244 7245 5246 7247 3248 7249 5250 7251 5252 7253 3254 7255 5256
7257 5258 7259 5260 7261 5262 1263 5264 7265 5266 7267 5268 7269 3270 1271 3272
1273 5274 1275 3276 7277 3278 1279 5280 1281 3282 1283 3284 1285 5286 7287 5288
7289 3290 1291 5292 1293 3294 7295 5296 1297 3298 1299 3300
```